Grado en Ingeniería Mecánica. 1º B y 1º C. Matemáticas I.
Segundo parcial. 2 de Junio de 2012.

Notas.- 1) Empezar cada ejercicio en una hoja aparte, y escribir el nombre y la especialidad en todas las hojas. 2) Escribir con bolígrafo azul o negro. 3) Colocar el DNI sobre la mesa. 4) No se permite el uso de calculadoras ni de teléfonos móviles.

1.- Indica cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuales son falsas justificando las respuestas:

a) **(0.25 Ptos.)** Si es positivo el determinante de la matriz Hessiana en un punto crítico $P(a,b)$ de una función $f(x,y)$ de dos variables, entonces f tiene en P un mínimo relativo.

b) **(0.25 Ptos.)** Si las raíces del polinomio característico de una ecuación diferencial lineal homogénea, con coeficientes constantes, son imaginarias, entonces la ecuación no tiene soluciones.

c) **(0.25 Ptos.)** El máximo absoluto de la función $f(x,y) = x^2$ sobre el conjunto de puntos $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\}$ vale 1.

2.- Calcular las integrales: a) **(0.75 Ptos.)** $\int_0^5 \frac{\sqrt{4+x}}{1+\sqrt{4+x}} dx$ b) **(0.75 Ptos.)** $\int_1^{+\infty} \frac{x+1}{e^{2x}} dx$ c) **(0.5 Ptos.)** $\iint_{\mathcal{R}} (x^2 + 2xy) dx dy$ donde $\mathcal{R}$ es el rectángulo cerrado $[0,1] \times [0,2]$ de $\mathbb{R}^2$.

3.- Se consideran las funciones $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ y $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definidas por $f(x,y,z) = (e^{x+yz}, 2xz + 3y^2)$, y $g(x,y) = (\cos(x+y), xe^{x+y}, x^2 - y)$. Se pide:

a) **(0.5 Ptos.)** Hallar $Jf(x,y,z)$, y $Jg(x,y)$

b) **(0.25 Ptos.)** Hallar $Jf(0,0,0)$ y $Jg(f(0,0,0))$

c) **(0.5 Ptos.)** Hallar $J(g \circ f)(0,0,0)$

4.- (1.5 Ptos.) Descomponer el número 49 en suma de tres sumandos positivos, de modo que la suma del cuadrado del primero más el cuadrado del doble del segundo, más el cuadrado del triple del tercero, sea mínima.

5.- a) **(0.75 Ptos.)** Admitiendo (no hay que justificarlo) que las ecuaciones:

$$\begin{aligned} x^2 + 2yz - u^2 - 2 &= 0 \\ 2x + 7y^2 - z^2 u - 8 &= 0 \end{aligned}$$

definen a z y a u como funciones implícitas de x, y en un entorno del punto $(1,1,1,1)$ se pide hallar las derivadas parciales $\frac{\partial z}{\partial x}(1,1)$, y $\frac{\partial u}{\partial x}(1,1)$.

b) **(0.75 Ptos.)** Hallar el polinomio de Taylor de grado 2 de la función $f(x,y) = \ln(x+2y)$ en el punto $(1,0)$.

6.- a) **(1 Ptos.)** Resuelve el problema de valor inicial: $\begin{cases} y' &= \frac{x+y}{1-x-y} \\ y(2) &= -2 \end{cases}$

b) Resolver las ecuaciones diferenciales:

i) **(0.75 Ptos.)** $((2xy + x^2 y)e^x + 6x)dx + (x^2 e^x - 1)dy = 0$

ii) **(1.25 Ptos.)** $y'' - 3y' + 3y = e^x + 3sen\ x - 4\cos x$