Grado en Ingeniería Mecánica. 1º B y 1º C. Matemáticas I .

Segundo parcial. 4 de Junio de 2011.

Notas.-
1) Empezar cada ejercicio en una hoja aparte, y escribir el nombre y la especialidad en todas las hojas.
2) Escribir con bolígrafo.
3) Colocar el DNI sobre la mesa.

1.- (0.75 Ptos.) Calcular la integral

$$\int \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{2\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}}dx$$

2.- (1 Pto.) Se considera la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^2+3y^2}{5x^2+2y^2} & si \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si \quad (x,y) = (0,0) \end{cases} .$$

Se pide:
Estudiar la continuidad, la existencia de derivadas parciales, y la diferenciabilidad en todo punto.

3.- a) (0.75 Ptos.) Hallar el polinomio de Taylor de grado 3 de la función

$$f(x,y) = \cos(x+y)\sin\ x$$

en el punto $(0,0)$.
b) (0.75 Ptos.) Hallar los máximos y mínimos relativos y los puntos de silla de la función

$$f(x,y) = \frac{x^3y}{3} - xy + y^2.$$

4.- Se consideran las funciones $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, y $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x,y) = (x^2y, e^{x+y^2}, -\cos(x+y)),$$

y

$$g(x,y,z) = \sin(x+y+z).$$

Hallar:
a) (0.75 Ptos.) $Jf(x,y)$, y $Jg(x,y,z)$
b) (0.5 Ptos.) $Jf(0,0)$ y $Jg(f(0,0))$
c) (0.5 Ptos.) $J(g \circ f)(0,0)$

5.- (1 Pto.) Las ecuaciones:

$$\begin{array}{rcl} x+y-z^2+u^2+v^3 & = & 3 \\ 2x^2+y^2-u^3+2v^2 & = & 4 \end{array}$$

definen a u y a v como funciones implícitas de x, y, z en un entorno del punto $(1,1,1,1,1)$. Hallar las derivadas parciales $u_x(1,1,1)$ y $v_x(1,1,1)$.

6.- a) (0.5 Ptos.) Resolver la ecuación diferencial:

$$y' + \frac{y}{x} = 1.$$

b) (0.75 Ptos.) Resolver el problema de Cauchy de valores iniciales:

$$\left\{ \begin{array}{c} (2+x)e^{x+y}dx + xe^{x+y}dy = 0 \\ y(1) = -1 \end{array} \right. .$$

c) (0.75 Ptos.) Resolver la ecuación diferencial:

$$y^{3)} - y' = x.$$

(Nota: La ecuación diferencial de b), admite un factor integrante que depende sólo de x.)