

Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Examen de Matemáticas I
Grado en Ingeniería Mecánica, Examen 1er parcial
18 de enero de 2011

1. **i)** Sea $f : V \rightarrow W$ una aplicación lineal y $x, y \in V$, $x \neq y$ tales que $f(x) = f(y)$. Da un vector no nulo de $\text{Ker } f$, justificando la respuesta. **(0.5 puntos)**
- ii)** Dada la función $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 - 4x + 6$, razona que posee máximos absolutos y mínimos absolutos y calcúlalos. **(0.5 puntos)**
- iii)** Explica porque es errónea la siguiente afirmación: El subespacio de \mathbb{R}^3 , $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y = 0, 3x - y + 2z = 2\}$ tiene dimensión 2. **(0.5 puntos)**
2. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal, y consideremos la base de \mathbb{R}^3 $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ donde $u_1 = (-1, 0, 1)$, $u_2 = (0, 1, 1)$ y $u_3 = (0, 1, 0)$. Supongamos que:

$$M_C(f) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & x \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

donde $x \in \mathbb{R}$ cumple que tal que $f(u_2 + u_3) = (5, 1, -2)$.

- i)** Demuestra que $x = 1$.
- ii)** Calcula la matriz de f respecto de la base B y su expresión analítica.
- iii)** Estudia la inyectividad y suprayectividad de f . Calcula bases del núcleo y de la imagen de f .
- (3.5 puntos)**

3. Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Analiza si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula la matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

(2.5 puntos)

4. i)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} - x)^2}.$$

(1.25 puntos)

ii) Calcula el polinomio de Taylor de grado 4 de la función $f(x) = \cos(2x)$ en $a = 0$, y utilízalo para aproximar $\cos(0.2)$. Acota el error (obteniendo la menor posible de las cotas superiores del error cometido con tal aproximación utilizando la fórmula del error de Lagrange). **(1.25 puntos)**