



Departamento de Matemática Aplicada y Estadística  
Grado en Ingeniería Mecánica  
Asignatura: Matemáticas I  
**Examen final. 19 de Septiembre de 2015**

Primer Cuatrimestre

1. Responde a las siguientes cuestiones:

- a) **(0.75 Ptos.)** Consideremos los números complejos  $\vec{E} = 353,5e^{-10j}$  y  $\vec{z} = 20 + 20j$ . Supongamos que  $\vec{E} = \vec{I}\vec{z}$ . Calcula  $\vec{I}$  expresando el resultado en forma polar.
- b) **(0.5 Ptos.)** Dibuja las coordenadas esféricas  $(\rho, \theta, \phi)$  y explica la relación que existe entre dichas coordenadas y las cartesianas  $(x, y, z)$ , es decir, expresa  $x, y, z$  en función de  $\rho, \theta, \phi$ . Haz lo mismo para las coordenadas cilíndricas, es decir, relaciona gráfica y analíticamente  $(\rho, \theta, z)$  con  $(x, y, z)$ .

2. **(2 puntos)** Consideremos la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcula los valores propios de  $A$ , una matriz diagonal  $D$  y una matriz de paso  $P$  tales que  $A = PDP^{-1}$ . Comprueba que el producto de los valores propios coincide con el determinante de  $A$ .

3. Consideremos la aplicación lineal  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida como  $f(x, y, z) = (x, -x + z, 3x)$ . Se pide:

- a) **(0.5 puntos)** Calcula la matriz asociada a  $f$  en la base canónica de  $\mathbb{R}^3$ .
- b) **(1.25 puntos)** Calcula, usando el método de Gram-Schmidt, una base ortonormal de  $\text{Im}f$ . Nota: en  $\mathbb{R}^3$  se considera el producto escalar euclídeo usual.

4. 1.- Responde a las siguientes preguntas:

- a) **(0.5 puntos)** Para una función diferenciable  $f$  en un punto  $x_0$  relaciona las derivadas direccionales con las derivadas parciales y a su vez con la diferencial  $f$  en dicho punto.
- b) **(0.75 puntos)** Explica qué es una ecuación diferencial lineal de segundo orden. Explica también cuándo es homogénea y cuándo no. Pon un ejemplo de cada una de las 2 clases.

5.

- a) **(0.5 puntos)** Calcula la integral impropia siguiente, concluyendo si es convergente o no:

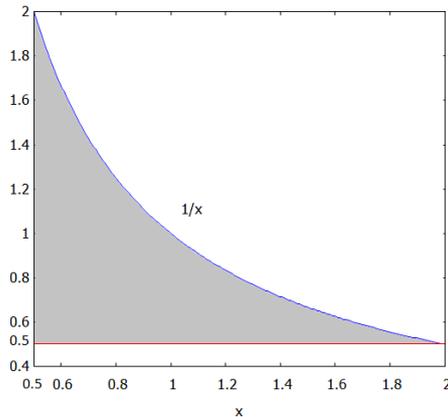
$$\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$$

- b) **(0.75 puntos)** Calcula la integral

$$\int \cos^3 x dx$$

6. **(1.25 punto)** Obtén los extremos absolutos de la función  $f(x, y) = x^3 - 48y^2$  en el recinto  $R$  limitado por las rectas  $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$  y la curva  $y = \frac{1}{x}$ , es decir,

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq \frac{1}{2}, y \geq \frac{1}{2}, y \leq \frac{1}{x} \right\}$$



Para más facilidad el recinto se ha dado coloreado en gris.

7. **(1.25 punto)** Resuelve la ecuación diferencial

$$y'' + y' = -6 \operatorname{sen} x$$