

Primer Parcial

1. **(1.5 puntos)** Calcula el límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos(3x)}{\sin(x^2)}.$$

2. **(3 puntos)** Consideremos en \mathbb{R}^2 las bases

$$B = \{(-1, 0), (0, -1)\}, \quad B' = \{(1, 1), (-1, 1)\}.$$

Dibuja las bases B y B' . Sea ahora v el vector de coordenadas $v_B = (2, 3)$ en la base B . Calcula la matriz de cambio de base de B a B' y utilízala para calcular las coordenadas de v en la base B' .

3. **(2.5 puntos)** Consideremos la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Calcula una matriz diagonal D y una matriz invertible P tales que $A = PDP^{-1}$.

4. **(3 puntos)** En \mathbb{R}^3 , con el producto escalar euclídeo, se considera el subespacio vectorial

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y + z = 0, x - z = 0\}.$$

Calcula una base de W y una base ortonormal de W^\perp .

Segundo Parcial

5. **(1 punto)** Calcular la siguiente integral:

$$\int \frac{x+1}{x^2+2x} dx$$

6. **(1 punto)** Para la función

$$g(x, y, z) = (\log[-x]e^{z-y}, 3 - z \sin[e^{x^2y}])$$

calcular la derivada parcial siguiente:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z \partial x}(-1, 1, 0)$$

7. **(2.5 puntos)** Hallar el polinomio de Taylor de grado 2 de la función

$$G(x, y) = \frac{x^2 - y}{\cos y}$$

en el punto $(0, 0)$.

8. **(2.5 puntos)** Calcular

$$\int \int_R 3xy^2 dx dy$$

siendo R el recinto

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq x\}$$

9. **(3 puntos)** Resolver la ecuación diferencial

$$y^3 - \cos x + 2e^y x + y'(3xy^2 - \frac{3}{y^4} + x^2 e^y) = 0$$