Grado en Ingeniería Mecánica
Asignatura: *Matemáticas I*
Examen final. 1 de Julio de 2016

Primer Parcial

1. En $\mathbb{R}^3$ se considera una base $B = \{w_1, w_2, w_3\}$, y un endomorfismo dado por $f(w_1) = aw_1 + w_2 + w_3, f(w_2) = w_1 + w_2 + w_3$ y $f(w_3) = bw_1 + w_2 + w_3$, donde a y b son números reales. Se pide:

a. (**0.75 puntos**) Hallar la matriz de f respecto de la base B.

b. (**1 puntos**) Determinar para qué valores de a y b se tiene que f es no inyectiva.

c. (**1.5 puntos**) Para $a = 2, b = 0$ hallar la matriz de f respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$.

d. (**0.75 puntos**) Calcular el núcleo para los valores $a = 1, b = 2$.

2. (**1 punto cada apartado**) Consideramos la matriz

$$M = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Se pide:

a. Hallar el polinomio característico de M y sus valores propios.

b. Calcular una base de cada uno de los subespacios propios de la matriz.

c. Determinar si M es diagonalizable o no. En caso afirmativo hallar las matrices diagonal y de paso asociadas.

3.

a. (**1 punto**) Para una función real de variable real f explicar qué significa que alcance en el punto x_0 un máximo relativo. ¿Es cierto que si ocurre tal cosa entonces $f'(x_0) = 0$ (se supone que la función es derivable)? ¿Es cierto que si ocurre tal cosa entonces $f''(x_0) < 0$ (se supone que la función es derivable dos veces)?

b. (**2 puntos**) Para la función $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$ calcula el polinomio de Taylor de orden 2 tomando como centro el punto $a = 0$.