Grado en Ingeniería Mecánica
Asignatura: *Matemáticas I*
Examen parcial. **18 de Enero de 2016**

Observaciones:
1) Sitúa el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
2) Pon nombre, apellidos, especialidad y grupo en todas las hojas, y el D.N.I. en la primera de ellas.
3) Escribe con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
4) La duración del examen será de 3 horas.

Primer Parcial

1. (**3 puntos**) Da respuesta (positiva o negativa) brevemente a las siguientes cuestiones, justificando dicha respuesta.

a. Dado el subespacio $W =< (2,3) >$ de $\mathbb{R}^2$ se tiene que $\dim W = 2$.

b. El producto escalar de dos vectores $(x,y),(z,t)$ vale $(x,y)\cdot(z,t) = (xz,yt)$.

c. Si f es una aplicación lineal y $v \in \ker f$ entonces $f(v) = 0$.

d. Si A es una matriz cuadrada de orden 2 y se cumple que $A \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$ entonces $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ es un vector propio de A. En caso afirmativo halla el valor propio.

e.
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^{100}}{e^x} = +\infty$$

f. El Teorema de Bolzano asegura que la función x^4 tiene una raíz en el intervalo $[-2,2]$.

2. (**1.5 puntos**) Consideremos en $\mathbb{R}^2$ las bases
$$B = \{(7,1),(-5,0)\}, \quad B' = \{(1,3),(-1,2)\}.$$
Calcula la matriz de cambio de base de B a B' y utilízala para calcular las coordenadas del vector v en la base B', siendo v el vector cuyas coordenadas en la base B son $v_B = (5,1)$.

3. (**2 puntos**) Consideremos la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$
Obtén una matriz diagonal D y una matriz invertible P tales que $A = PDP^{-1}$.

4. (**2.5 puntos**) En $\mathbb{R}^3$, con el producto escalar euclídeo, se considera el subespacio vectorial
$$W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, 2x - y + 3z = 0\}.$$
Determina una base de ortonormal de dicho subespacio. Determina además la proyección ortogonal del vector $v = (0,1,5)$ sobre W.

5. (**1 punto**) Halla el polinomio de Taylor de grado 2 de la función $f(x) = \frac{1}{1-x}$ en el punto $a = 0$.