Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. UPCT
Titulación: Grado en Ingeniería Mecánica
Asignatura: Matemáticas I

Examen Primer Parcial. Febrero 2015

1. **(1 Pto.)** Explica en qué consiste el algoritmo de la bisección para calcular una solución de la ecuación no lineal $f(x) = 0$. Se ha de enunciar el Teorema de Bolzano y explicar el papel que juega en dicho algoritmo.

2. **(2 Ptos.)** Responde a una de las dos preguntas siguientes:

   a) Explica cómo se definen las coordenadas cartesianas y las polares en el plano. Explica también cómo se definen la base de coordenadas cartesianas, la base de coordenadas polares y explica la relación que existe entre ambas bases (es decir, las matrices de cambio entre ambas bases).

   b) Sean $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ y $\mathcal{B}' = \{v_1', v_2', \cdots, v_n'\}$ dos bases de $\mathbb{R}^n$. Explica qué es la matriz de cambio de base entre $\mathcal{B}$ y $\mathcal{B}'$ y cómo se calcula. Sea v un vector de $\mathbb{R}^n$ de coordenadas $v_B = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ en la base $\mathcal{B}$ y denotemos por $v_{B'} = (x_1', x_2', \cdots, x_n')$ las coordenadas de v en la base $\mathcal{B}'$. Encuentra la relación que existe entre v_B y v_B'. *Indicación: se puede responder a esta pregunta en* $\mathbb{R}^2$.

3. **(1 Pto.)** Responde a una de las dos preguntas siguientes:

   a) En una red eléctrica se tienen dos fuentes de tensión $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$, siendo $\vec{V}_1 = 6_{45^o}$, esto es, el número complejo de módulo 6 y argumento 45^o. La ley de Ohm conduce al sistema de ecuaciones lineales $\vec{V} = R\vec{I}$, donde

   $$\vec{V} = \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \\ 0 \\ \vec{V}_2 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 5+5\mathbf{j} & -5\mathbf{j} & 0 \\ -5\mathbf{j} & 3+3\mathbf{j} & -3 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \vec{I} = \begin{bmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{I}_2 \\ \vec{I}_3 \end{bmatrix}.$$

   Calcula el valor que debe tomar $\vec{V}_2$ de modo que $\vec{I}_2$ sea igual a cero.

   b) Sea f un endomorfismo de $\mathbb{R}^3$ cuya matriz asociada respecto de la base canónica es

   $$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

   Hallar la matriz asociada a f respecto de la base

   $$B' = \{(1,0,1), (1,1,0), (1,0,0)\}$$

4. **(1 Pto.)** Responde a una de las dos preguntas siguientes:

   a) Un fabricante de sillas produce cuatro modelos distintos, A, B, C y D, para los que emplea madera, tejido, y mano de obra en su fabricación. Las cantidades necesarias de los recursos utilizados en la elaboración de cada modelo, las cantidades disponibles de cada uno de los recursos, así como el precio de venta de las sillas se muestran en la siguiente tabla:

	A	B	C	D	**Disponibilidad**
Madera	2	1	2	3	200
Tejido	3	5	3	2	225
Mano de obra	2	1	5	2	300
Precio de venta	50	20	60	30	

   Obviamente, el fabricante desea maximizar los beneficios. Formula este problema en términos de un problema de programación lineal.

b) Resuelve el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{cases} \text{Maximizar} & f(x,y) = x + 5y \\ & \\ \text{sujeto a} & x + y \leq 4 \\ & 2x + y \leq 6 \\ & x - y \geq -1 \\ & x, y \geq 0 \end{cases}$$

5. **(1.5 Ptos.)** Se supone que el tensor de pequeñas deformaciones ε en un entorno de un punto de un sólido elástico trabajando a deformación plana viene dado por

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Calcula las deformaciones principales (autovalores) y direcciones principales de deformación (autovectores normalizados, es decir de módulo 1).

6. En $\mathbb{R}^3$, con el producto escalar euclídeo, se considera el subespacio vectorial

$$\mathcal{U} =< (4,0,-2), (0,-4,1) >$$

Se pide:

a) **(1 Pto.)** Calcula, usando el método de Gram-Schmidth, una base ortonormal de $\mathcal{U}$.

b) **(1 Pto.)** Calcula la proyección ortogonal del vector $v = (6,4,2)$ sobre $\mathcal{U}$.

7. Consideremos la función $f(x) = \sin(x)$. Se pide:

a) **(0.75 Ptos.)** Calcula el polinomio de Taylor de grado 3 de $f(x)$ en el punto $a = 0$.

b) **(0.75 Ptos.)** Obtén una estimación del error que se cometería si se utilizase dicho polinomio para calcular sin(0,1).