*Grado en Ingeniería Mecánica*

Asignatura: *Matemáticas 1*

**Primer Parcial. Febrero de 2014**

(1) **(0.5 ptos)** Sea $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ una aplicación lineal y supongamos que $\lambda = 0$ es un valor propio de $f$. ¿Es $f$ inyectiva ?. ¿Por qué ?

(2) **(1 pto)** Calcular el límite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - \cos(3x)}{\sin(x^2)}.$$

(3) **(1.5 ptos)** Consideremos en $\mathbb{R}^2$ las bases

$$B = \{(-1, 0), (0, -1)\}, \quad B' = \{(1, 1), (-1, 1)\}.$$

Dibuja las bases $B$ y $B'$. Sea ahora $v$ el vector de coordenadas $v_B = (2, 3)$ en la base $B$. Calcula la matriz de cambio de base de $B$ a $B'$ y utilízala para calcular las coordenadas de $v$ en la base $B'$.

(4) Consideremos la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Se pide:

(a) **(1 pto)** Calcula una matriz diagonal $D$ y una matriz invertible $P$ tales que $A = PDP^{-1}$.

(b) **(1 pto)** Calcula $A^{100}$. Se debe expresar el resultado en una sóla matriz, es decir, no dejar indicado el producto de matrices.

(5) En $\mathbb{R}^3$, con el producto escalar euclídeo, se considera el subespacio vectorial

$$W = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y + z = 0, \; x - z = 0\right\}.$$

Se pide:

(a) **(0.5 ptos)** Calcula una base de $W$.

(b) **(1.5 ptos)** Calcula una base ortonormal de $W^{\perp}$.

(c) **(1 pto)** Calcula la proyección del vector $v = (1, 2, -1)$ sobre $W^{\perp}$.

(6) Consideremos la función $f(x) = \log(1 + x)$ (logaritmo neperiano). Se pide:

(a) **(1 pto)** Calcula el polinomio de Taylor de grado 2 de $f(x)$ en el punto $a = 0$.

(b) **(0.25 ptos)** Utiliza el polinomio anterior para calcular aproximadamente $\log(0.8)$

(c) **(0.75 ptos)** Obtén una estimación del error cometido en la aproximación anterior.

**Indicaciones:** Duración: 3h. No se permite el uso de calculadora.