

Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística - ETSII
Examen de Matemáticas I
Grado en Ingeniería Mecánica, 13 de junio de 2013

Primer cuatrimestre

1. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal, y consideremos la base de \mathbb{R}^3 $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ donde $e_1 = (-1, -2, -1)$, $e_2 = (0, -2, 1)$ y $e_3 = (-2, 1, -4)$. Supongamos que:

$$M_B(f) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & x & 3 \end{pmatrix}.$$

donde $x \in \mathbb{R}$ cumple que tal que $f(e_1 + e_2) = (-3, -6, -5)$.

i) Demuestra que $x = 1$. **(1.2 puntos)**

ii) Calcula la matriz de f respecto de la base canónica de \mathbb{R}^3 y su expresión analítica. **(1.6 puntos)**

iii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de f . Calcula bases del núcleo y de la imagen de f . **(1.2 puntos)**

2. Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Analiza si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula la matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

(3 puntos)

3. Calcula el polinomio de Taylor de grado 2 de la función $f(x) = \sqrt{x+2}$ en $a = 2$ y la aproximación de $\sqrt{5}$ que se obtiene utilizando este polinomio, obteniendo la cota superior del error cometido que se obtiene a partir de la fórmula del error. **(3 puntos)**

Segundo cuatrimestre

4. Calcula:

i) $\int \frac{x^4+x^3+18x^2-13x+34}{x^3+2x^2+17x} dx$. (1.5 puntos)

ii) $\int_{-\infty}^0 e^{-5x} dx$. (1 punto)

5. Dada la función $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x, y, z) = \text{sen}(x + y) - z^2 e^{x-2y}$, calcula la diferencial de f en $(0, 0, -1)$ y $D_{(1,1,-1)}f(0, 0, -1)$. (1.5 puntos)

6. Sabiendo que la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy - 3z + 2 = 0$ define a z como función implícita de x e y en un abierto del punto $(x, y) = (0, 0)$ en el cual toma el valor $z = 1$. Obtén las derivadas parciales de dicha función en $(0, 0)$. (1.5 puntos)

7. Calcula $\int \int_{\Omega} xy dx dy$ siendo Ω el recinto correspondiente a la parte abajo del eje OX del círculo de centro $(0, 0)$ y radio 2, $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, y \leq 0\}$. (1.5 puntos)

8. Resuelve:

i) $y' + 2y \tan x = 0$. (1 punto)

ii)

$$\begin{cases} y'' + 9y = -26e^{2x} \\ y(0) = -7, y'(0) = -1 \end{cases}.$$

(2 puntos)