

**Universidad Politécnica de Cartagena**  
**Departamento de Matemática Aplicada y Estadística**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial**

**Examen de Matemáticas I**  
**Grado en Ingeniería Mecánica, Examen 1er parcial**  
**25 de enero de 2013**

1. Sean  $S = \langle (1, -1, 1), (2, 1, 0), (3, 0, 1) \rangle$  y  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 2y - z = 0\}$ .  
Calcula bases de  $S$ ,  $T$ ,  $S \cap T$  y  $S + T$ .

**(2 puntos)**

2. Sea  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  una aplicación lineal, y consideremos la base de  $\mathbb{R}^3$   $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  donde  $e_1 = (-1, 1, 0)$ ,  $e_2 = (-1, 2, 0)$  y  $e_3 = (0, 1, 1)$ . Supongamos que:

$$M_B(f) = \begin{pmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

donde  $x \in \mathbb{R}$  cumple que  $f(e_1 + e_2) = f(e_3)$ .

i) Demuestra que  $x = -1$ . **(1 punto)**

ii) Calcula la matriz de  $f$  respecto de la base  $C$  y su expresión analítica. **(1.5 puntos)**

iii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de  $f$ . Calcula bases del núcleo y de la imagen de  $f$ . **(1 punto)**

3. Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Analiza si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula la matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

**(2.5 puntos)**

4. Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \cos^2 x}{\cos x^2 - \sin(2x) - 1}.$$

(1 punto)

ii) Estudia con todo detalle la continuidad y derivabilidad de la función  $f(x) = e^{|x|}$ .

(1 punto)