

SEGUNDO PARCIAL

**Observaciones:**

- 1) Sitúa el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribe nombre y apellidos en todas las hojas. Escribe también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribe con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media

1. Responde a las siguientes preguntas relativas a ecuaciones diferenciales:

(a) **(1 Punto)** Resuelve el siguiente problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} y' = 3y - e^{5x} + \sin 2x \\ y(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(b) **(0.5 Puntos)** Resuelve la siguiente ecuación diferencial

$$9x^2 - y \sin x + \left(\frac{1}{y^2} + \cos x\right)y' = 3$$

(c) **(1 Punto)** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 \\ y_2' = y_1 + y_2 - x^2 + 1 \end{cases}$$

2. Consideremos la función

$$G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

definida por

$$G(x, y, z) = (\arcsin(x^2 y^3 z^4), 2x + 3y + 4z, 2^x + 3^y + 4^z)$$

y los puntos del espacio

$$P = (2, 0, 0), P' = (0, 3, 0), P'' = (0, 0, 4).$$

Halla:

(a) **(1 Punto)**

$$\frac{\partial G}{\partial x}(P), \frac{\partial G}{\partial y}(P') \text{ y } \frac{\partial G}{\partial z}(P'')$$

(b) **(1 Punto)** La matriz jacobiana de  $G$  en el punto

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, -1\right)$$

3. **(2 Puntos)** Transforma la expresión

$$z_{xx} + z_{yy}$$

utilizando el cambio de coordenadas

$$\begin{aligned}u &= x - 3y \\v &= 4x + 2y\end{aligned}$$

4. **(1 Punto)** Se supone que en la ecuación

$$x^2 - y^2 + 4xye^{x+y} = -4$$

$x$  es función implícita de  $y$  en un entorno del punto  $x = -1, y = 1$ . Halla el polinomio de Taylor de orden 1 de la función  $x(y)$  en el punto  $y = 1$ .

5. **(1.5 Puntos)** Calcula los extremos absolutos (y los puntos en los que se alcanzan) de la función

$$f(x, y) = x^2 + (y + 1)^2$$

en el recinto

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq x, y \geq x^2 - 2\}$$