

PRIMER PARCIAL

Observaciones:

- 1) Sitúa el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribe nombre y apellidos en todas las hojas. Escribe también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribe con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Pon ejemplos (justificándolos) de:

- (a) **(0.25 Puntos)** Un endomorfismo de \mathbb{R}^2 que no sea inyectivo.
- (b) **(0.25 Puntos)** Tres vectores de \mathbb{R}^2 que no formen un sistema generador de \mathbb{R}^2 .
- (c) **(0.25 Puntos)** Un sistema de ecuaciones lineales con 3 ecuaciones y 2 incógnitas que tenga como única solución $x = -2, y = 3$.

2. Consideremos los siguientes subespacios de \mathbb{R}^3 :

$$S \equiv \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + y + 3z = 0 \end{cases}$$
$$T = \langle (1, 0, 2), (1, -1, 0) \rangle$$

Halla:

- (a) **(0.5 Puntos)** Una base de S .
- (b) **(0.5 Puntos)** Unas ecuaciones implícitas de T .
- (c) **(0.5 Puntos)** Una base de $S + T$.
- (d) **(0.5 Puntos)** Una base de $S \cap T$.
- (e) Con el producto escalar usual:
 1. **(0.25 Puntos)** Una base de S^\perp .
 2. **(0.25 Puntos)** Una base de T^\perp .

3. Se considera el endomorfismo F de \mathbb{R}^3 que cumple que

$$\begin{aligned}F(u_1) &= 2u_1 + 4u_2 + u_3 \\F(u_2) &= 3u_2 + u_3 \\F(u_3) &= -u_3\end{aligned}$$

siendo

$$B = \{u_1, u_2, u_3\}$$

una base de \mathbb{R}^3 .

- (a) **(0.5 Puntos)** Halla A , la matriz asociada a F en la base de B .
- (b) **(0.5 Puntos)** Halla los valores propios del endomorfismo F (o los de la matriz A).
- (c) **(0.5 Puntos)** Estudia si F (ó A) es diagonalizable.
- (d) **(0.75 Puntos)** Halla una base de cada uno de los subespacios propios de F .

Nota: En caso de encontrar dificultosa la resolución por la elección de modo genérico de la base B , suponer que ésta es la base canónica del espacio. En tal caso la nota del ejercicio se verá levemente disminuida.

4. **(1 Punto)** Halla las dimensiones de un triángulo isósceles de perímetro 12 de modo que su área sea máxima.

5. Consideramos la función

$$f(x) = x^2 e^{-ax}$$

Se pide:

- (a) **(0.5 Puntos)** Para $a = \frac{1}{100}$ halla

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

- (b) **(0.5 Puntos)** Para $a = 2$ tomando

$$g(x) = \frac{f(x)}{x(2+x^2)}$$

halla

$$g'(0)$$

- (c) **(0.5 Puntos)** Para $a = -9$ halla

$$\int_0^1 f\left(\frac{x}{3}\right) dx$$

6. **(1 Punto)** Para la función

$$H(x) = \frac{2}{x^2 + 3}$$

obtén su desarrollo de Taylor de grado 2 en el punto $x_0 = 0$.