Departamento
de Matemática
Aplicada y
Estadística

Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, ambos turnos)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Examen final (19 de Septiembre de 2007)

Observaciones:

1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Se consideran los siguientes subespacios de $\mathbb{R}^3$

$$U = \{(x,y,z) : x - z = 0\}, V = \{(x,y,z) : x - y + z = 0\}, W =< (2,3,\alpha) > .$$

   (a) **(0.25 Puntos)** Hallar el valor del parámetro α que hace que $U \cap W \neq 0$.

   (b) **(1 Punto)** Para $\alpha = 1$ calcular una base y ecuaciones implícitas de los subespacios $V \cap W$ y $V + W$.

2. Se considera el endomorfismo T de $\mathbb{R}^3$ cuya matriz asociada en la base canónica C es

$$M = M_{CC}(T) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

   (a) **(0.25 Puntos)** Halla la expresión analítica de la aplicación lineal T.

   (b) **(1 Punto)** Calcula una base de los subespacios núcleo e imagen de T.

   (c) **(1 Punto)** Calcular los valores propios y subespacios propios de las matrices M, M^2 y M^3. Determinar si alguna de estas matrices es diagonalizable.

3. **(1 Punto)** Calcular el área encerrada por la curva $y = e^x - 1$ y el eje OX en el intervalo $[-2, 1]$.

4. Para las siguientes funciones, y considerando el punto $(0,0)$, calcular sus límites direccionales y también los límites a través de la curva $y = x^3$. Deducir si existe o no el límite de cada función en el origen:

(a) **(0.5 Puntos)**

$$g_1(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

(b) **(0.5 Puntos)**

$$g_2(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^8 + y^4}$$

5. **(1.25 Puntos)** Hallar las derivadas parciales de orden 1 y 2 de la función

$$h(x, y) = \frac{x seny}{y \cos x}$$

6. **(0.75 Puntos)** Se considera la función $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ dada por

$$g(x, y, z) = \left(sen(xy^2 z^3), \frac{z}{x^y} \right)$$

en todo punto del dominio. Hallar $Jg(x, y, z)$ si $(x, y, z) \in Domg$.

7. **(0.5 Puntos)** En la ecuación

$$x^2 + zsenx + e^z = e$$

se supone que z es una función de x en un entorno del punto $x = 0, z = 1$. Hallar $z'(0)$.

8. **(1 Punto)** Resolver la ecuación diferencial

$$y'' - 4y' + 4y = e^{3x} - senx$$