



Departamento
de Matemática
Aplicada y
Estadística

Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, ambos turnos)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Examen final (19 de Septiembre de 2007)

SEGUNDO PARCIAL

Observaciones:

- 1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Responder a las siguientes preguntas:

- (a) **(0.5 Puntos)** Hallar el límite de la sucesión de término general

$$a_n = \sqrt[n]{n^3 + 4}$$

- (b) **(0.5 Puntos)** Determinar la convergencia o no de la serie

$$\sum_{n \geq 1} \frac{3 + n^3}{5n4^n}$$

- (c) **(0.5 Puntos)** Calcular la suma de la serie

$$\sum_{n \geq 1} \frac{5}{7 \cdot 2^{n-1}}$$

2. Para las siguientes funciones, y considerando el punto $(0, 0)$, calcular sus límites direccionales y también los límites a través de la curva $y = x^3$. Deducir si existe o no el límite de cada función en el origen:

- (a) **(0.5 Puntos)**

$$g_1(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

(b) **(0.5 Puntos)**

$$g_2(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^8 + y^4}$$

3. **(1.25 Puntos)** Hallar las derivadas parciales de orden 1 y 2 de la función

$$h(x, y) = \frac{x \operatorname{sen} y}{y \cos x}$$

4. **(0.75 Puntos)** Se considera la función $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por

$$g(x, y, z) = \left(\operatorname{sen}(xy^2z^3), \frac{z}{xy} \right)$$

en todo punto del dominio. Hallar $Jg(x, y, z)$ si $(x, y, z) \in \operatorname{Dom} g$.

5. **(1.25 Puntos)** Obtener el polinomio de Taylor de grado 2 de la función

$$f(x, y) = (x - y)e^{x^2 + y^2}$$

en el punto $(1, -2)$.

6. **(0.75 Puntos)** Clasificar los puntos críticos de la función

$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 + 4z^2 - 2xz + 2z + 2yz - 3$$

7. **(0.5 Puntos)** En la ecuación

$$x^2 + z \operatorname{sen} x + e^z = e$$

se supone que z es una función de x en un entorno del punto $x = 0, z = 1$. Hallar $z'(0)$.

8. **(1 Punto)** Resolver la ecuación diferencial

$$y' - \frac{2y}{x} = -2x.$$

9. **(1 Punto)** Resolver la ecuación diferencial

$$y'' - 4y' + 4y = e^{3x} - \operatorname{sen} x$$