



Departamento
de Matemática
Aplicada y
Estadística

Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, ambos turnos)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Examen final (19 de Septiembre de 2007)

PRIMER PARCIAL

Observaciones:

- 1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Responder a las siguientes cuestiones, justificando adecuadamente la respuesta:

- (a) **(0.25 Puntos)** Si A y B son matrices para las que se cumple que $A \cdot B = 0$, ¿debe ser necesariamente alguna de ellas la matriz nula?
- (b) **(0.25 Puntos)** Si u y v son vectores del espacio euclídeo $\mathbb{R}^3$ para los que se cumple que su producto escalar $u \cdot v$ es nulo, ¿debe ser necesariamente alguno de ellos el vector cero?
- (c) **(0.25 Puntos)** Si $p(x)$ y $q(x)$ son polinomios reales de grado 2 para los que se cumple que $p(x) \cdot q(x) = 0$, ¿debe ser necesariamente alguno de ellos el polinomio nulo?
- (d) **(0.25 Puntos)** Si α y β son números reales para los que se cumple que $\alpha \cdot \beta = 0$, ¿debe ser necesariamente alguno de ellos el escalar cero?
- (e) **(0.25 Puntos)** Si $\alpha \in \mathbb{R}$ y $u \in \mathbb{R}^3$ y se cumple que $\alpha \cdot u = 0$, ¿debe ser necesariamente $\alpha = 0$ ó $u = 0$?

2. Se consideran los siguientes subespacios de $\mathbb{R}^3$

$$U = \{(x, y, z) : x - z = 0\}, V = \{(x, y, z) : x - y + z = 0\}, W = \langle (2, 3, \alpha) \rangle.$$

- (a) **(0.25 Puntos)** Hallar el valor del parámetro α que hace que $U \cap W \neq 0$.
- (b) **(1 Punto)** Para $\alpha = 1$ calcular una base y ecuaciones implícitas de los subespacios $V \cap W$ y $V + W$.

3. Se considera el endomorfismo T de $\mathbb{R}^3$ cuya matriz asociada en la base canónica C es

$$M = M_{CC}(T) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) **(0.25 Puntos)** Halla la expresión analítica de la aplicación lineal T .
- (b) **(1 Punto)** Calcula una base de los subespacios núcleo e imagen de T .
- (c) **(1 Punto)** Calcular los valores propios y subespacios propios de las matrices M , M^2 y M^3 . Determinar si alguna de estas matrices es diagonalizable.
4. Se consideran las siguientes funciones reales de una variable (definidas cada una en su dominio):

$$f_1(x) = \frac{\operatorname{sen} 3x}{2x}, f_2(x) = e^x + \log(1 - x^2), f_3(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

- (a) **(0.75 Puntos)** Calcular el límite cuando x tiende a 0 de cada una de ellas.
- (b) **(1 Punto)** Hallar $f_1'(0)$ y $f_3'(x)$.
- (c) **(1.5 Puntos)** Obtener el polinomio de Taylor de grado 2 de la función f_2 en el punto $x_0 = 0$.
5. **(1 Punto)** Calcular el área encerrada por la curva $y = e^x - 1$ y el eje OX en el intervalo $[-2, 1]$.