



Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de mañana)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Examen ...nal (5 de Septiembre de 2005)

Observaciones:

- 1) Situar el DNI u otro documento identi...cativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo azul o negro (nunca a lápiz).
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.
- 5) No fumar en el aula.
- 6) No podrá usarse calculadora.

1. Supongamos que tenemos una base $B = \{v_1; v_2; v_3\}$ de un espacio vectorial V y que de...nimos $B^0 = \{u_1; u_2; u_3\}$ mediante la relación

$$u_1 = 3v_1 + 2v_2 \text{ ; } v_3; u_2 = 4v_1 + v_2 + v_3; u_3 = 2v_1 \text{ ; } v_2 + v_3.$$

Se pide:

- (a) (0.5 puntos) Probar que B^0 es también base de V .
- (b) (0.75 puntos) Si w es un vector que tiene por coordenadas en la base B son $(1; 2; 3)$, hallar sus coordenadas en la base B^0 .
- (c) (0.5 puntos) Hallar las ecuaciones del cambio de base de B^0 a B .

2. (1 punto) Calcula el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x \text{ ; } x)^{\frac{2}{x}}$$

3. Sea la función $f(x) = \frac{\sin x}{e^x}$.

- (a) (0.75 puntos) Determina el polinomio de Taylor de f de grado 2 en el punto 0.
- (b) (0.5 puntos) Al aproximar $f(x)$ en el intervalo $[0; \frac{1}{2}]$ calcula una cota del error cometido.

4. (0.5 puntos) Halla el valor de la siguiente integral $\int_1^R \frac{3x^2 + 2}{x} dx$.

5. De la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ se sabe que la sucesión de sumas parciales (S_n) es $S_n = \frac{2n+3}{2n+4}$. Determinar:

- (a) (0.25 puntos) El término general a_n .

(b) (0.5 puntos) Si la serie converge o no.

6. (0.75 puntos) Clasificar los puntos críticos de la función $f(x; y) = 1 + \frac{1}{(x^2 + y^2)^3}$.
7. (0.5 puntos) Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie $z = e^{\frac{x}{3}} + e^{\frac{y}{5}}$ en el punto $(0; 0; 2)$.
8. (1.75 puntos) Dada una función real f de variable real de clase C^1 en todo $\mathbb{R}$ y dada la función de dos variables $F(x; y) = f\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x}\right)$ determina el dominio de F y halla, en todo punto posible de su dominio, el valor de la expresión $x^2 F_x + y^2 F_y$. Calcular también $2F_x + 2F_y + xF_{xx} + yF_{yy}$.
9. (0.75 puntos) Resolver la ecuación diferencial $\frac{xy^0}{(x+1)} = 2$. Hallar la solución que en $x = e$ tome el valor $2e$.