



Departamento
de Matemática
Aplicada y
Estadística

Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, ambos turnos)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Examen final (29 de Junio de 2010)

Observaciones:

- 1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

PRIMER PARCIAL

1. **(0.25 puntos cada apartado)** Responder razonadamente (justificando la respuesta) a las siguientes preguntas:

- (a) Si el determinante de una matriz M vale 3 entonces, ¿el determinante de la matriz opuesta $-M$ vale -3 ?
- (b) Dar un ejemplo, si es posible, de un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas que sea incompatible.
- (c) Mostrar, si es posible, un sistema generador de $\mathbb{R}^3$ que no tenga 3 vectores.
- (d) Explicar el significado de matriz diagonalizable.
- (e) Hallar la derivada de la función

$$F(x) = \frac{2 - \sin(3x)}{\sin(3x) - 2}$$

y observar el resultado y coméntalo.

- (f) Obtener dos primitivas H_1 y H_2 de la función

$$h(x) = e^{x-1}$$

tales que $H_1 - H_2 = 4$.

2. Supongamos que tenemos el subespacio de $\mathbb{R}^3$ siguiente

$$S = \langle (1, 3, -2), (-1, 0, 3) \rangle$$

Hallar una base de $S^\perp$ en cada uno de los siguientes casos:

- (a) **(0.5 puntos)** Respecto al producto escalar usual.
 (b) **(0.5 puntos)** Respecto al producto escalar siguiente

$$(x, y, z) \cdot (x', y', z') = xx' + 2yy' + 4zz'$$

3. Para la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

se pide:

- (a) **(0.75 puntos)** Hallar los valores propios y una base de cada subespacio propio.
 (b) **(0.75 puntos)** Comprobar si es o no diagonalizable y, en caso afirmativo, dar una matriz diagonal asociada y una de las dos matrices de paso correspondientes.
4. Consideremos el endomorfismo f de $\mathbb{R}^3$ cuya matriz asociada respecto de C , la base canónica de $\mathbb{R}^3$, es

$$\begin{pmatrix} b & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 0 \\ -4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

- (a) **(0.75 puntos)** Determinar para qué valor de b se obtiene que f es biyectivo. Obtener para dicho valor una base de $\ker f$ y otra de $\text{Im } f$.
 (b) **(0.5 puntos)** Para el valor $b = 3$ obtener la matriz

$$M_{B \rightarrow C}(f)$$

donde la base B de $\mathbb{R}^3$ que se está considerando es

$$B = \{(2, 1, 3), (0, 1, 2), (0, 0, 4)\}.$$

5. **(0.75 puntos)** Determinar el dominio de la función

$$G(x) = (e^{ax} + 3)^{\cos x}$$

y obtener su derivada en cada punto posible.

6. **(0.75 puntos)** Determinar los extremos absolutos en el intervalo $[0, 6]$ de la función

$$g(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + 3$$

7. **(1.25 puntos)** Calcular la integral

$$\int_0^{\pi} (\sin^5 x + x \cos x - \tan \frac{x}{3}) dx$$

8. **(1 punto)** Calcular el área de la curva

$$y = \frac{1}{1+x^2}$$

en $\mathbb{R}$.