Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería. ITI. Mecánica. Grupos de mañana y tarde.
Examen final. Curso 2008- 2009.
1 de Julio de 2009

Observaciones: 1) La duración del examen será de 3 horas y media. 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas. 3) Escribir con bolígrafo azul o negro (nunca a lápiz).

SEGUNDO PARCIAL

1. Para la función
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{2x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
se pide, para cada punto de $\mathbb{R}^2$:
   (a) **(0.5 Puntos)** Estudiar la continuidad.
   (b) **(0.5 Puntos)** Obtener las derivadas parciales.
   (c) **(1 Punto)** Determinar si la función es diferenciable.

2. (a) **(0.75 Puntos)** Se consideran las funciones $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, y $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definidas por: $f(x,y) = (x+e^{x^2y}, 3x^2+y+\ln(x^2+y^2+1))$, y $g(x,y) = (\sqrt{x+y+1}, arctg(x+y), x+y)$. Hallar $J(g \circ f)(0,0)$
   (b) **(0.75 Puntos)** Estudiar la convergencia de la serie $\sum_{n\geq 1} \frac{2n+5}{(n+1)!}$
   (c) **(0.5 Puntos)** Hallar el polinomio de Taylor de segundo grado en el origen, de la función $f(x,y) = e^{sen(xe^y)}$

3. Dada la función $f(x,y) = x^2+y^2+2x-2y+2$ se pide:
   (a) **(0.75 Puntos)** Estudiar sus extremos relativos.
   (b) **(1.25 Puntos)** Estudiar los extremos condicionados por la ligadura $x^2+y^2-4x = 0$

4. Se considera la ecuación diferencial lineal $(*)$ $y'' + p.y' + q.y = f(x)$ de coeficientes constantes y la ecuación homogénea asociada: $(**)$ $y'' + p.y' + q.y = 0$
   (a) **(0.5 Puntos)** Demostrar que si $e^{\alpha x}$ es solución de $(**)$, entonces α es raíz de la ecuación característica.
   (b) **(0.25 Puntos)** Demostrar que si y_1, y_2 son soluciones particulares de $(*)$ entonces $y_1 - y_2$ es solución de $(**)$
   (c) **(0.75 Puntos)** Sabiendo que e^{2x}, $e^{2x}+e^x$, $e^{2x}+e^{3x}$ son soluciones particulares de $(*)$, hallar p, q, y $f(x)$.

5. Resolver

(a) **(0.75 Puntos)** La ecuación diferencial

$$(x^2 + y^2)dx + 7xydy = 0$$

(b) **(0.75 Puntos)** El problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} y''' - 2y" - y' + 2y = -6e^{-2x} \\ y(0) = \frac{7}{2},\ y'(0) = 1,\ y"(0) = 7 \end{cases}$$