Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería. ITI. Mecánica. Grupos de mañana y tarde.
Examen final. Curso 2008- 2009.
1 de Julio de 2009

Observaciones: 1) La duración del examen será de 3 horas y media. 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas. 3) Escribir con bolígrafo azul o negro (nunca a lápiz).

PRIMER PARCIAL

1.- Indicar si las siguientes afrimaciones son verdaderas o falsas justificando las respuestas:

a) **(0.25 Ptos.)** Para toda función continua $f(x)$ se tiene que

$$\int f(x)^2 dx = \left[\int f(x) dx\right]^2$$

b) **(0.25 Ptos.)** En un producto escalar si u y v son dos vectores que cumplen $u \cdot v = 0$ entonces alguno de los dos es nulo.

c) **(0.25 Ptos.)** Existen matrices cuadradas no nulas de orden n, cuyo cuadrado es la matriz nula.

2.- Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ la aplicación lineal definida por $f(x, y, z) = (x - y + z,\ 2x + y + z)$.

a) **(0.25 Ptos.)** Hallar la matriz de f en las bases canónicas de $\mathbb{R}^3$ y de $\mathbb{R}^2$.

b) **(0.25 Ptos.)** Hallar ker f, una base de Im f , y decir las propiedades de f .

c) **(1.25 Ptos.)** Se consideran las bases

$$\begin{aligned} B_3 &= \{u_1(1,0,0), u_2(1,1,0), u_3(1,1,1)\} \text{ de } \mathbb{R}^3 \\ B_2 &= \{v_1(1,1), v_2(0,1)\} \text{ de } \mathbb{R}^2 \end{aligned}$$

Hallar la matriz

$$M_{B_3 \to B_2}(f)$$

3.- La matriz de una forma bilineal en la base canónica de $\mathbb{R}^4$ es

$$G = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) **(0.75 Ptos.)** Justificar que G es la matriz asociada a un producto escalar.

b) **(1.25 Ptos.)** Dado el subespacio de $\mathbb{R}^4$

$$F = < (1,1,-1,0), (0,1,0,1) >$$

Para el subespacio $H = F^{\perp}$ (el subespacio ortogonal de F), hallar unas ecuaciones implícitas y una base ortonormal.

4.- a) **(1 Pto.)** Calcular

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{x - \sin x}{x^2 \arctan x} \right)$$

b) **(1 Pto.)** Desarrollar el polinomio

$$p(x) = x - x^2 + x^3 - x^4 + x^5$$

en potencias de $x - 2$

5.- a) **(1 Pto.)** Hallar el área de la superficie contenida en el primer cuadrante limitada por las curvas $y = 1 - x^2$, $y = 1$, $y = e^{x-1} - 1$.

b) **(1 Punto)** Calcular

$$\int_{-1}^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$$