



Departamento
de Matemática
Aplicada y
Estadística

Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de mañanas)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Examen final (24 de Junio de 2008)

SEGUNDO PARCIAL

Observaciones:

- 1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Consideremos la función

$$F(x, y) = \frac{x - y + 5}{3x + 2y}$$

- (a) **(0.5 Puntos)** Hallar los límites iterados de F en el punto $(-2, 3)$.
- (b) **(0.5 Puntos)** Hallar los límites direccionales de F en el punto $(-2, 3)$.
- (c) **(0.25 Puntos)** ¿Qué sucede con el límite $\lim_{(x,y) \rightarrow (-2,3)} F(x, y)$?

2. Consideramos las funciones

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

definidas por

$$f(x, y) = (1 + x^2y - e^{2x-y}, \cos(x + y) - e^{\operatorname{sen}(2x+y)}),$$

y

$$g(x, y) = e^{x^2+y} + \operatorname{sen}(x + 3y^2).$$

Calcular:

- (a) **(1.25 Puntos)** La expresión analítica de la diferencial

$$d(g \circ f)(0, 0).$$

- (b) **(0.75 Puntos)** La derivada direccional

$$D_u(g \circ f)(0, 0),$$

siendo $u = (1, 1)$.

3. **(1.5 Puntos)** Hallar los extremos relativos de la función

$$h(x, y) = (1 + e^y) \cos x - ye^y$$

en el abierto de $\mathbb{R}^2$

$$A =]0, 5\pi[\times]0, 5\pi[= \{(x, y) : 0 < x < 5\pi, 0 < y < 5\pi\}.$$

4. **(1 Punto)** Dado $P = (2, e, 0) \in \mathbb{R}^3$ y dada la función $G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definida por

$$G(x, y, z) = (\log[y - 4xz], e^{x-z-2}, \cos[ze^{x^2y}] - 5, 3)$$

hallar la matriz jacobiana de G en todo punto posible y en particular en P .

5. En la ecuación

$$z^3 - x^3 - xye^z = 2,$$

y considerando a z como función implícita de x e y (a la que denominaremos $\varphi(x, y)$) en un entorno del punto $(-1, 0, 1)$, calcular:

- (a) **(0.5 Puntos)** Las derivadas parciales primeras de φ en el punto $(-1, 0)$.
(b) **(0.25 Puntos)** La ecuación del plano tangente a la superficie

$$z = \varphi(x, y)$$

en el punto $(-1, 0, 1)$.

6. Responder a las siguientes cuestiones relativas a ecuaciones diferenciales:

- (a) **(0.25 puntos)** Definir el concepto de solución de una ecuación diferencial

$$y' = f(x, y).$$

- (b) **(0.75 Puntos)** Resolver la ecuación diferencial

$$y' = \sqrt[3]{y + x - 2}$$

Indicación: Realizar el cambio

$$u = y + x - 2.$$

- (c) **(1.5 Puntos)** Resolver el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} y'_1 = 2y_1 - 5y_2 - \operatorname{sen}(2x) \\ y'_2 = y_1 - 2y_2 + x \end{cases}$$