



Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de mañana)  
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería  
Examen final (24 de Junio de 2008)

PRIMER PARCIAL

**Observaciones:**

- 1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. En  $\mathbb{R}^4$  y respecto al producto escalar canónico obtener:

- (a) **(0.5 Puntos)** Una base ortogonal del subespacio

$$U = \langle (3, -1, 2, 6), (4, -2, 3, 5) \rangle .$$

- (b) **(0.75 Puntos)** Una base ortonormal del subespacio

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y + z = 0, x - y - z = 0, t = 0\} .$$

2. Se considera el endomorfismo  $f$  de  $\mathbb{R}^4$  cuya matriz asociada en la base canónica es

$$M = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 0 \\ 0 & -8 & 8 & -1 \end{pmatrix}$$

- (a) **(0.25 Puntos)** Hallar la expresión analítica de  $f$ .
- (b) **(1 Punto)** Determinar si  $f$  es o no diagonalizable, hallando una base de cada uno de sus subespacios propios.
- (c) **(2 Puntos)** En caso de ser  $f$  diagonalizable obtener una descomposición de la forma  $M = PDP^{-1}$ , determinando todas las matrices involucradas en los productos.

(d) **(0.5 Puntos)** Definir los siguientes conceptos: valor propio y vector propio de una matriz; matriz diagonal y matrices de paso de una matriz diagonalizable.

3. **(1.5 Puntos)** Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x - y = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\log t}{t - \sqrt{t}} \\ 3x + 2y = g'(0) \end{cases}$$

donde la función  $g$  está definida del siguiente modo

$$g(t) = \frac{t}{\cos t}$$

4. Contestar a los siguientes apartados relacionados con integrales:

(a) **(0.5 Puntos)** Calcular la siguiente integral indefinida

$$\int x \log(x + 2) dx$$

(b) **(0.5 Puntos)** Calcular la integral impropia

$$\int_4^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 3x}$$

(c) **(0.75 Puntos)** Hallar el área del recinto limitado por la recta  $y = 1$  y la circunferencia de centro  $(1, 0)$  y radio 2, con  $y \geq 1$ .

**Nota:** La ecuación de la circunferencia es

$$(x - 1)^2 + y^2 = 4.$$

(d) **(0.75 Puntos)** Decir qué significa que una función  $H$  sea primitiva de otra función  $h$ . De todas las primitivas de la función  $h(x) = \operatorname{sen} 2x$  hallar la única  $H$  que cumple que  $H(0) = 3$ .