Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de mañana)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Examen final (10 de Julio de 2007)

SEGUNDO PARCIAL

Observaciones:
1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Responder a las siguientes preguntas:

   (a) **(0.25 Puntos)** Sea (a_n) una sucesión convergente que cumple la siguiente propiedad:

   $$a_{n+1} = \sqrt{a_n + 1} \text{ para cada } n$$

   Hallar $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$.

   (b) **(0.5 Puntos)** Calcular el valor de la suma de la serie

   $$\sum_{n\geq 1} [(\frac{5}{3})^{3-n} - \frac{5^{n-1}}{n!}]$$

2. Responder a las siguientes preguntas:

   (a) **(0.75 Puntos)** Calcular (si es posible), en el origen, tanto los límites iterados como el límite de la función

   $$f(x,y) = \frac{x^4 + 2y^3}{x^4 + 2y^2}$$

   (b) **(0.5 Puntos)** Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie

   $$z = f(x,y)$$

   en el punto $(0,-1)$.

   (c) **(0.5 Puntos)** Calcular (si es posible), en el origen, tanto los límites iterados como el límite de la función

   $$g(x,y) = sen(2xy) - \log(e - x^2).$$

3. Dado $P = (2, 1, 0) \in \mathbb{R}^3$ y dada la función $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definida por

$$h(x, y, z) = (\log[-xyz + 1]e^{x-y}, 3 - sen[ze^{x^2y}])$$

se pide:

   (a) **(1.5 Puntos)** Hallar la matriz jacobiana de h en todo punto posible y en particular en P.

   (b) **(0.75 Puntos)** Calcular la diferencial de h en todo punto posible y en particular en P.

4. **(1.25 Puntos)** w es una función que depende las variables x e y. Mediante el cambio de coordenadas

$$u = \frac{x}{y}, v = xy \text{ (para } x, y > 0)$$

transformar la ecuación

$$x\frac{\partial w}{\partial x} - y\frac{\partial w}{\partial y} = 0.$$

5. **(1.5 Puntos)** Hallar los extremos absolutos de la función

$$F(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + 2y^2 + 3xy - x + 2y + 5$$

en el rectángulo

$$M = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}.$$

6. Responder a las siguientes preguntas:

   (a) **(0.75 Puntos)** Resolver la ecuación diferencial

$$\cos x + (y + senx + seny)y' = 0$$

   sabiendo que admite como factor integrante a la función e^y.

   (b) **(0.75 Puntos)** Resolver el problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} y''' + y' = e^x - sen2x \\ y(0) = 1, y'(0) = -1, y''(0) = 0 \end{cases}$$