

Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de mañana)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Examen final (10 de Julio de 2007)

PRIMER PARCIAL

Observaciones:

- 1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Indicar la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones, justificando las respuestas:

- (a) **(0.2 Puntos)** Toda matriz invertible es diagonalizable.
- (b) **(0.2 Puntos)** Si A es diagonalizable entonces A^n es diagonalizable para todo $n \in \mathbb{N}$.
- (c) **(0.2 Puntos)** Si A y B son diagonalizables, entonces $A + B$ es diagonalizable.
- (d) **(0.2 Puntos)** Si A y B son diagonalizables, entonces AB es diagonalizable.
- (e) **(0.2 Puntos)** Si A es invertible, entonces AB es semejante a BA para cualquier matriz cuadrada B .

Indicación: En algunos apartados pueden servir de contraejemplo matrices 2×2 .

2. Se considera el endomorfismo f de \mathbb{R}^3 definido por

$$f(x, y, z) = (x + 2y + z, 2x + y - z, -x + y + 2z)$$

- (a) **(0.5 Puntos)** Hallar su matriz respecto de la base canónica.
- (b) **(1 Punto)** Hallar una base de los subespacios núcleo e imagen.
- (c) **(0.5 Puntos)** Decir si f es o no biyectiva.

3. Un endomorfismo f de \mathbb{R}^2 verifica $f(2, 5) = (1, 3)$, y $f(1, 3) = (1, -1)$. Hallar:

- (a) **(0.75 Puntos)** La expresión analítica de f , es decir $f(x, y)$.
- (b) **(0.75 Puntos)** La matriz de f respecto de la base

$$B = \{(2, 5), (1, 3)\}.$$

4. **(1.5 Puntos)** En \mathbb{R}^3 se tiene definido el siguiente producto escalar, que está definido para cada par de vectores $(x, y, z), (x', y', z') \in \mathbb{R}^3$ por

$$(x, y, z) \cdot (x', y', z') = xx' + xy' + xz' + yx' + 2yy' + 2yz' + zx' + 2zy' + 3zz'.$$

Sea U el subespacio de V que tiene ecuaciones implícitas

$$U \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}.$$

Calcular las ecuaciones implícitas y una base del subespacio U^\perp .

5. Contestar a los siguientes apartados:

(a) **(0.75 Puntos)** Calcular $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 1)^{\cot(x-1)}$

Nota: \cot es la función cotangente.

- (b) **(0.75 Puntos)** Hallar una cota del error cometido al escribir

$$\sqrt[5]{1.5} = 1 + \frac{1}{10} - \frac{1}{50}$$

Indicación: Utilizar el desarrollo de Taylor de grado 2 de la función $\sqrt[5]{x}$ en el punto $x_0 = 1$ evaluando el polinomio en el valor $x = 1.5$.

6. Calcular las siguientes integrales:

(a) **(0.75 Puntos)** $\int e^{\operatorname{arcsen} x} dx$

Indicación: Utilizar integración por partes.

(b) **(0.75 Puntos)** $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x}$