Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de mañana)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Examen final (20 de Junio de 2005)

Observaciones:

1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.

2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.

3) Escribir con bolígrafo azul o negro (nunca a lápiz).

4) La duración del examen será de 3 horas y media.

5) No fumar en el aula.

6) No podrá usarse calculadora.

SEGUNDO PARCIAL

1. Responde a las siguientes preguntas:

   (a) **(0.5 puntos)** Calcula la suma de la serie $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^2+n}$

   (b) **(1 punto)** Estudia la convergencia de la serie $\sum_{n\geq 1} \frac{sen(3n+1)}{n^2+2n}$

2. **(2 puntos)** Estudia la continuidad, la existencia de derivadas parciales y la diferenciabilidad en $(0,0)$ de la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3+yx^2}{x^2+y^2} & si \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

3. **(1.5 puntos)** Consideremos las funciones $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y $v : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dadas por $u(x,y) = x\log(xy)$, $v(x,y) = e^x seny$ y $w(x,y) = u(x, v(x,y))$. Halla $\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$ y $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$.

4. **(0.5 puntos)** Calcula el polinomio de Taylor de grado 1 de la función

$$g(x,y,z) = x^3z^2 + 3y$$

   en el punto $(1,0,-2)$.

5. Responde a las siguientes preguntas:

   (a) **(0.5 puntos)** Justifica que las ecuaciones: $\begin{cases} e^{x+u} - \cos(x+u+y+v) & = & 0 \\ sen(x+y+v) - u^2 + v & = & 0 \end{cases}$
   definen a las variables u y v como funciones implícitas de las variables (x,y) en un entorno del punto $(0,0,0,0)$.

(b) **(1 punto)** Hallar asimismo las derivadas parciales de u y de v respecto de x y de y en $(0,0)$.

6. Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales:

   (a) **(1 punto)** $y' = \frac{2x-y-1}{x+y-2}$.

   (b) **(1 punto)** $x + y^2 - 2xyy' = 0$, sabiendo que admite un factor integrante que depende sólo de la variable x.