Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de tarde)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
18 de Setiembre de 2008

SEGUNDO PARCIAL

Observaciones:

1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.

2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.

3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.

4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Responder a las siguientes cuestiones:

   (a) **(0.5 Puntos)** Si la serie $\sum_{n\geq 1} a_n$ es convergente ¿se puede asegurar que la serie $\sum_{n\geq 1} a_n^2$ es convergente?

   (b) **(0.5 Puntos)** Estudiar la convergencia de la serie $\sum_{n\geq 1} \frac{2^n+3^n}{(n+2)!}$.

   (c) **(0.5 Puntos)** Calcular la suma de la serie $\sum_{n\geq 1} \frac{2^{n+1}}{3^{5n-2}}$

2. Consideramos la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^5}{(x^2+y^2)^2} & si \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   (a) **(0.5 Puntos)** Estudiar si f es continua en $(0,0)$

   (b) **(0.75 Puntos)** Estudiar si f es diferenciable en $(0,0)$

   (c) **(0.5 Puntos)** Hallar la derivada direccional $D_u f(0,0)$ siendo el vector $u(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

3. **(1.5 Puntos)** Hallar el máximo y el mínimo absolutos de la función

$$f(x,y) = x^2 + (y-1)^2$$

   en el recinto compacto de $\mathbb{R}^2$

$$K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ / \ x^2 + y^2 \leq 4\}$$

4. (a) **(0.75 Puntos)** Demuestra que la ecuación $2x^2 + y^3 z + 2yz^2 - z = 0$, permite definir a z como función implícita de (x,y) en un entorno de $(1,0,2)$.

   (b) **(1 Punto)** Halla el polinomio de Taylor de orden 2 de z en un entorno de $(1,0)$.

5. Contestar a las siguientes cuestiones:

(a) **(0.75 Puntos)** Se considera la ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes $y'' + py' + qy = f(x)$. Demuestra que si y_1, y_2 son soluciones particulares, entonces $y_1 - y_2$ es una solución de la ecuación homogénea asociada

(b) **(1 Punto)** Resolver la ecuación diferencial $(2x^2 + xy + 2x + y)dx + (x^2 + x)dy = 0$, sabiendo que admite un factor integrante que solamente depende de x .

(c) **(0.75 Puntos)** Resolver la ecuación diferencial $y'' + y = 5.e^{2x}$