

**Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de mañana)**  
**Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería**  
**Segundo examen parcial (8 de Junio de 2007)**

**Observaciones:**

- 1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Responder a las siguientes preguntas:

- (a) **(0.25 Puntos)** Si la sucesión  $(a_n)_{n \geq 1}$  es convergente, y la serie  $\sum_{n \geq 1} b_n$  es absolutamente convergente, ¿Se puede asegurar que la serie  $\sum_{n \geq 1} a_n b_n$  es convergente? Justifica la respuesta.
- (b) **(0.75 Puntos)** Estudiar la convergencia de las series

$$i) \sum_{n \geq 1} \frac{2n-1}{3n+2} \quad ii) \sum_{n \geq 1} \frac{3^{n+1}}{2^n n!} \quad iii) \sum_{n \geq 1} \frac{n^2+n+2}{n+1}$$

2. Consideramos la función  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(y^3)e^{-\cos(3x)}}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- (a) **(0.75 Puntos)** Calcular el límite y estudiar la continuidad en el punto  $(0, 0)$ .
- (b) **(0.75 Puntos)** Hallar las derivadas parciales y las derivadas direccionales de  $f$  en  $(0, 0)$ .

3. Las ecuaciones:

$$\begin{aligned} x + y + u^2 - v + 2w &= -1 \\ x - y + u + 2v - w &= 2 \\ x^2 + y^2 - u^2 + v + w^3 &= 1 \end{aligned}$$

definen a  $u, v, w$  como funciones de  $x, y$  en un entorno del punto  $(x, y, u, v, w) = (0, 0, 0, 1, 0)$ .

- (a) **(1.25 Puntos)** Hallar las derivadas parciales de  $u, v, w$  respecto de  $x, y$  en el punto  $(0, 0)$

(b) **(0.5 Puntos)** Dada la función  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por

$$g(x, y) = (u(x, y), v(x, y), w(x, y))$$

hallar  $g(0, 0)$  y  $Jg(0, 0)$ .

4. Responde a las siguientes preguntas

(a) **(1.25 Puntos)** Hallar las derivadas parciales de orden 2 de la función

$$g(x, y, z) = 2x^3 e^{4y^5} \cos 3z + \frac{2-x}{3x-2y}$$

en cualquier punto  $(x, y, z)$  del dominio.

(b) **(0.75 Puntos)** Estudiar los extremos relativos de la función

$$g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xz,$$

condicionados por la ligadura

$$x + y - z = 0.$$

(c) **(1 Punto)** Hallar el polinomio de Taylor de grado dos de la función

$$h(x, y) = \frac{x}{1+x+y}$$

en el punto  $(1, 0)$ .

5. Responde a las siguientes preguntas:

(a) **(0.5 Puntos)** Resolver la ecuación diferencial

$$2y + 2 - x + (2x - 2)y' = 0$$

(b) **(0.5 Puntos)** Resolver el problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} y' - y = 2xe^{x+x^2} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(c) **(0.75 Puntos)** Resolver el sistema de ecuaciones diferenciales siguiente

$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + y(t) \\ y'(t) = 3x(t) - y(t) + 1 \end{cases}$$