

Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de mañanas)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Segundo examen parcial (7 de Junio de 2008)

Observaciones:

- 1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. **NUNCA** a lápiz.
- 4) La duración del examen será de **3 horas y media**.

1. Para la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{3x^2 + 2y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

se pide realizar en el punto $(0, 0)$:

- (a) **(0.75 Puntos)** El estudio de la continuidad.
- (b) **(0.5 Puntos)** El cálculo de las derivadas parciales.
- (c) **(0.75 Puntos)** El estudio de la diferenciabilidad.

2. Para la función

$$g(x, y) = (x^2 - 2y + x, y - \sin 3x, \frac{\log y}{x^2 + 2}),$$

calcular:

- (a) **(0.75 Puntos)** La matriz jacobiana en el punto $(0, 1)$.
- (b) **(0.5 Puntos)** La expresión analítica de la diferencial $dg(\pi, e)$.
- (c) **(0.25 Puntos)** La derivada direccional $D_{(2, -1)}g(\pi, e)$.

3. **(1.25 Punto)** En el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 3x^2 - y + \cos(x + y + z) - u &= 1 \\ 2e^{2x-y} - 3z + 2u &= 2 \end{aligned}$$

z, u son funciones implícitas de las variables x, y , en un entorno del punto $(0, 0, 0, 0)$. Hallar las derivadas parciales de primer orden de z, u , respecto de x, y , en el punto $(0, 0)$.

4. Responder a las siguientes preguntas:

- (a) **(0.5 Puntos)** Estudiar los extremos relativos de la función

$$F(x, y) = 3x^2 - 2xy + y^2 - 2x.$$

- (b) **(1 Punto)** Hallar el máximo y el mínimo absolutos de la función F anterior

$$F(x, y) = 3x^2 - 2xy + y^2 - 2x$$

en el conjunto compacto de $\mathbb{R}^2$

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}.$$

5. **(0.75 Puntos)** Hallar el polinomio de Taylor de grado dos de la función

$$G(x, y) = e^{2x+y} - 2x^2 + 5y$$

en el punto $(1, 0)$.

6. **(0.5 Puntos)** Resolver la ecuación diferencial

$$x^2 + y - y' = 0.$$

Indicación: La ecuación admite un factor integrante $\mu = \mu(x)$ (es decir, el factor integrante es una función que sólo depende de x).

7. **(0.75 Puntos)** Resolver el problema de valores iniciales

$$\begin{cases} y' + y &= y^2 \\ y(0) &= \frac{1}{2} \end{cases}$$

Indicación: En la ecuación diferencial realizar el cambio $z = y^{-1}$.

8. **(0.75 Puntos)** Resolver la ecuación diferencial

$$y'' + 2y' + y = 2 \cos x.$$