



Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, ambos turnos)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Segundo examen parcial (10 de Junio de 2006)

Observaciones:

- 1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Responde a las siguientes preguntas:

- (a) (0.25 puntos) Calcula el límite de la sucesión siguiente

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3+n}{5+n^2} \right)^n.$$

- (b) (0.5 puntos) Determina si la siguiente serie converge o diverge

$$\sum_{n \geq 1} \frac{n}{e^n}.$$

- (c) (0.5 puntos) Di para qué valores de r es convergente la serie

$$\sum_{n \geq 1} r^n$$

y calcula la suma de la serie

$$\sum_{n \geq 2} \frac{3}{5^n}.$$

2. (1 punto) Consideremos la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Estudia la continuidad de la función en los puntos $(0, 0)$ y $(1, 3)$.

3. (1.25 puntos) Justifica brevemente que la función

$$f(x, y) = e^{-x} \cos(5x - y)$$

es diferenciable en los puntos $(0, 0)$ y $(0, \frac{\pi}{2})$. Calcular las diferenciales $df(0, 0)$ y $df(0, \frac{\pi}{2})$.

4. **(1.25 puntos)** Da la fórmula de la matriz jacobiana de una función diferenciable $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ en un punto (a, b, c) . Calcúlala para el caso de la función $f(x, y, z) = (x^2 - y + \text{senz}, 3)$ en el punto $(-2, 1, 0)$.
5. **(1.5 puntos)** Calcula el polinomio de Taylor de grado 2 de la función $f(x, y) = x^2 e^{x+y}$ en el punto $(1, -1)$.
6. **(1.25 punto)** Explica qué significa que una función $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ alcance en un punto x_0 un máximo relativo. Determinar los máximos relativos de la función $f(x, y) = \cos x \cos y$ en el conjunto $\{(x, y) : -1 \leq x, y \leq 2\}$
7. Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales:
- (a) **(0.75 puntos)** $\cos x - y^2 + (\text{sen}y - 2xy)y' = 0$.
- (b) **(0.75 puntos)** $y'' - 2y' = e^{-2x}$