



**Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de mañanas)**  
**Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería**  
**Segundo examen parcial (4 de Junio de 2005)**

**Observaciones:**

- 1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo azul o negro (nunca a lápiz).
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.
- 5) No fumar en el aula.

1. Responde a las siguientes preguntas:

- (a) **(0.5 puntos)** Consideremos la sucesión  $(a_n)$  cuyo término general vale  $a_n = \frac{3+n}{n}$ . Determinar si son convergentes o no tanto la sucesión  $(a_n)$  como la serie  $\sum_{n \geq 1} a_n$ .
- (b) **(0.5 puntos)** Determina el carácter de las siguientes series numéricas:

$$\sum_{n \geq 0} \frac{n^3 + 2}{n^5 + n} \quad \text{y} \quad \sum_{n \geq 0} \frac{n + 3}{n!}$$

2. **(1.25 puntos)** Dada la función

$$f(x, y) = \begin{cases} x \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

estudia su continuidad y la existencia de derivadas parciales en  $(0, 0)$ .

3. **(1.5 puntos)** Halla, utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange, el punto de la recta  $r$  de ecuaciones:  $r \equiv \begin{cases} x - z + 2 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases}$  que está a distancia mínima del punto  $P(1, 0, 1)$ .
4. **(1 punto)** Clasifica los puntos críticos de la función  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + xy + z$ .
5. **(1.75 puntos)** En la ecuación  $x^2 - xy + 2y^2 + x + y = 3$ , comprueba que puede ponerse  $y$  como función implícita de  $x$  en un entorno del punto  $(0, 1)$ , hallando  $y'$ ,  $y''$  e  $y'''$  para  $x = 0$ .
6. Resuelve las siguientes ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales:

(a) **(1 punto)**  $y'' - y' = \frac{2}{e^{-x}}$

(b) **(1.5 puntos)**

$$\begin{cases} y' &= y - 2z &+& 1 + x \\ z' &= y - z \end{cases}$$