

**Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de mañana)**  
**Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería**  
**Segundo Parcial (5 de Junio de 2010)**

**Observaciones:**

- 1) **Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.**
- 2) **Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.**
- 3) **Escribir con bolígrafo azul o negro (nunca a lápiz).**
- 4) **La duración del examen será de 3 horas y media.**

1. Estudiar el carácter de las siguientes series

(a) **(0.5 Ptos.)**

$$(i) \quad \sum_{n \geq 1} \frac{2n + 5}{n^2 + n + 1}$$

$$(ii) \quad \sum_{n \geq 1} e^{-n}(n + 1)$$

(b) **(0.75 Ptos.)** Hallar la suma de la serie

$$\sum_{n \geq 1} \frac{2}{n^2 + 2n}$$

2. Dada la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y - x y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Estudiar en el punto  $(0, 0)$ :

- (a) **(0.5 Ptos.)** Si es continua.
  - (b) **(0.5 Ptos.)** Las derivadas parciales.
  - (c) **(0.5 Ptos.)** Si es diferenciable.
3. **(1.5 Ptos.)** Obtener el máximo y el mínimo absolutos de la función

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5$$

sobre el subconjunto compacto  $K$  de  $\mathbb{R}^2$  limitado por las rectas

$$\begin{aligned} y &= 2x - 2 \\ y &= -2x - 2 \end{aligned}$$

y por la semicircunferencia

$$S = \{(x, y) / x^2 + y^2 = 1, y \geq 0\}$$

**Observación:** El conjunto tiene como vértices los puntos

$$A(-1, 0)$$

$$B(0, -2)$$

$$C(1, 0)$$

4. La ecuación

$$e^{z+x} - \cos(x + y + z) = 0$$

permite definir a  $z$  como función implícita de las variables  $x$  e  $y$  en un entorno del punto  $(0, 0, 0)$ .

(a) **(0.75 Ptos.)** Hallar las derivadas de primero y de segundo orden de  $z$  respecto de  $x$  y de  $y$  en  $(0, 0)$ .

(b) **(0.5 Ptos.)** Hallar el polinomio de Taylor de segundo grado de  $z(x, y)$  en  $(0, 0)$ .

5. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a) **(0.75 Ptos.)**

$$x^2 + y^2 - xyy' = 0$$

**Indicación:** Realizar el cambio  $v = \frac{y}{x}$

(b) **(0.75 Ptos.)**

$$2xy' - y = 3x^2$$

(c) **(0.75 Ptos.)**

$$y''' - y'' + y' - y = x^2 + x$$

6. **(1.25 Ptos.)** Resolver el siguiente problema de valores iniciales:

$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + y(t) + t \\ y'(t) = x(t) - y(t) \\ x(0) = 1 \quad y(0) = 1 \end{cases}$$