Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería. ITI. Mecánica. Grupos de mañana y tarde.
Primer examen parcial. Curso 2008- 2009.

Observaciones: 1) La duración del examen será de 3 horas y media. 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas. 3) Escribir con bolígrafo azul o negro (nunca a lápiz).

1.- Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando las respuestas:

a) **(0.25 Ptos.)** Toda matriz cuadrada en $\mathbb{R}$, es semejante a una matriz triangular.

b) **(0.25 Ptos.)** Si dos matrices A y B, cuadradas de orden n verifican $A.B = (0)$, entonces $A = (0)$ o $B = (0)$.

c) **(0.25 Ptos.)** Si n vectores son linealmente dependientes, entonces uno de ellos es combinación lineal de los demás.

d) **(0.25 Ptos.)** Una matriz invertible tiene determinante distinto de cero.

2.- Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4$ la aplicación lineal definida por $f(x, y) = (x - y, x, x - y, x)$.

a) **(0.25 Ptos.)** Hallar la matriz de f en las bases canónicas de $\mathbb{R}^2$ y de $\mathbb{R}^4$.

b) **(0.5 Ptos.)** Hallar ker f, una base de Im f , y decir las propiedades de f .

c) **(1 Pto.)** Se consideran las bases $B_2 = \{u_1(1, 2), (u_2(-1, 1)\}$ de $\mathbb{R}^2$ y $B_4 = \{v_1(1, 1, 1, 1), v_2(1, -1, 0, 0), v_3(0, 0, 1, -1), v_4(0, 0, 0, 1)\}$ de $\mathbb{R}^4$. Hallar la matriz $M_{B_2B_4}(f)$.

3.- Se consideran los subespacios de $\mathbb{R}^4$, H de ecuaciones $\left\{\begin{array}{lcl} x - y + z & = & 0 \\ 2x - t & = & 0 \end{array}\right.$ y $E = H^{\perp}$.

a) **(0.75 Ptos.)** Obtener una base ortonormal de E .

b) **(0.75 Ptos.)** Hallar la proyección ortogonal sobre E del vector $u(1, 1, 1, 1)$.

4.- Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & \beta \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & \beta & 1 \end{pmatrix}$ con coeficientes reales.

a) **(1 Pto.)** Estudiar para qué valores de α y β es A diagonalizable.

b) **(1 Pto.)** Hallar una matriz diagonal semejante y una matriz de paso para $\alpha = 0$, y $\beta = 1$.

5.- a) **(0.75 Ptos.)** Calcular: $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)}\right)$

b) **(0.75 Ptos.)** Acotar el error cometido al hacer $\sqrt{e} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{48}$.

Indicación: utilizar la fórmula de Mc Laurin (Taylor en 0*) del orden adecuado para la función* e^x*.*

6.- a) **(0.75 Ptos.)** Calcular $\int \frac{\sqrt{x+2}}{x+\sqrt{x+2}} dx$

b) **(0.5 Ptos.)** Calcular $\int\limits_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} dx$