Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, ambos turnos)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
18 de Setiembre de 2008

PRIMER PARCIAL

Observaciones:

1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.

2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.

3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.

4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando las respuestas mediante algún ejemplo o razonamiento:

   (a) **(0.5 Puntos)** La unión de dos subespacios es un subespacio

   (b) **(0.5 Puntos)** La suma de dos subespacios es un subespacio

   (c) **(0.5 Puntos)** La suma de dos matrices diagonalizables es una matriz diagonalizable

2. Se considera el endomorfismo f de $\mathbb{R}^3$, cuya matriz asociada en la base canónica es

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

   (a) **(0.25 Puntos)** Hallar la expresión analítica de f.

   (b) **(0.5 Puntos)** Hallar $\ker f$ e $Im\ f$

   (c) **(0,25 Puntos)** Estudiar si f es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva.

   (d) **(1 Punto)** Hallar la matriz de f en la base de $\mathbb{R}^3$, $B = \{u_1(1,0,1), u_2(0,1,1), u_3(1,1,1)\}$

3. Se considera la matriz $M = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \beta \\ 3 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$

   (a) **(1 Punto)** Estudiar para qué valores de los parámetros α y β es la matriz M diagonalizable.

   (b) **(1 Punto)** Obtener asimismo los valores propios y los subespacios propios de M en los casos en los que M sea diagonalizable.

4. (a) **(1 Punto)** Averiguar si la matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ es la matriz de Gram en la base canónica de un producto escalar en $\mathbb{R}^3$. En caso afirmativo hallar el ortogonal del subespacio $H = \langle(1,1,1)\rangle$

   (b) **(0.75 Puntos)** Hallar respecto de producto escalar canónico, una base ortonormal del subespacio de $\mathbb{R}^3$ de ecuación $x + y - z = 0$

5. Contestar a las siguientes cuestiones:

   (a) **(0.5 Puntos)** Sabiendo que el polinomio de Mc-Laurin de grado 4 de $f(x)$ es $x - \frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{6}x^3 - \frac{x^4}{4}$, hallar $f(0)$, $f''(0)$ y $f^{4)}(0)$.

   (b) **(0.75 Puntos)** Calcular $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}dx$

   (c) **(0.5 Puntos)** Calcular $\int_0^{+\infty} x.e^{1-x^2}dx$