



Departamento
de Matemática
Aplicada y
Estadística

Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, ambos turnos)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Primer parcial (23 de Febrero de 2008)

Observaciones:

- 1) Sitúa el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribe nombre, apellidos y grupo en todas las hojas. Pon también el DNI en la primera de ellas.
- 3) Escribe con bolígrafo (o similar) azul o negro. Nunca a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Responder a las siguientes cuestiones:

- (a) **(0.5 puntos)** Para el sistema de vectores

$$S = \{(2, 0, -1), (-2, 3, \alpha), (0, 3, 2)\}$$

hallar los valores del parámetro α que hacen que el sistema sea LI. A continuación determinar los valores del parámetro α que hacen que el rango del sistema sea 2. Si designamos por S el subespacio generado por los 3 vectores iniciales, finalmente se pide obtener los valores del parámetro α que hacen que

$$\dim[\langle S \rangle \cap \langle (0, 3, 2) \rangle] = 2.$$

- (b) **(0.8 puntos)** Definir el concepto de base ortonormal de un espacio vectorial euclídeo W . Para el siguiente subespacio de $\mathbb{R}^4$

$$W = \{(x, y, z, t) : x - z = 0, x - z + 3t = 0\}$$

obtener una base ortonormal.

- (c) **(0.5 puntos)** Para una matriz A de tamaño $m \times n$ dar condiciones para que sea diagonalizable. Poner dos ejemplos de matrices de tamaño 2×2 que sea una diagonalizable y otra no, justificándolo en ambos casos.

2. Sea la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por:

$$f(x, y, z) = (y + z, x + z, y - x)$$

- (a) **(0.4 puntos)** Calcular la matriz asociada a f respecto de las bases B y C de $\mathbb{R}^3$, donde

$$B = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$$

y C es la base canónica.

- (b) **(1.2 puntos)** Obtener ecuaciones implícitas y bases de los espacios $\ker f$ e $\operatorname{Im} f$. Clasificar la aplicación lineal.

3. Se considera la matriz

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) **(1.2 puntos)** Calcular los valores propios de M , una base de cada subespacio propio suyo y demostrar que la matriz es diagonalizable.
- (b) **(1.2 puntos)** Calcular cada una de las matrices que aparecen en la descomposición

$$M = PDP^{-1}$$

4. Dadas las funciones

$$f(x) = \frac{e^{2x} - 1 - 2x}{\operatorname{sen}(3x^2)}$$

$$g(x) = \frac{\arctan(e^{x-1})}{1 + \log x}$$

$$h(x) = x^2 \cos(3x)$$

se pide:

- (a) **(0.5 puntos)** Hallar $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
- (b) **(0.7 puntos)** Calcular $g'(1)$.
- (c) **(1 punto)** Obtener el polinomio de Taylor de grado 3 de la función $h(x)$ en el punto $x_0 = \frac{\pi}{2}$ y el resto correspondiente en su forma de Lagrange.

5. Hallar el valor de las siguientes integrales

- (a) **(0.5 puntos)**

$$\int \operatorname{sen}^3 x \cos^8 x dx$$

- (b) **(0.5 puntos)**

$$\int_{-1}^{+\infty} \frac{3}{4 + 4x^2} dx$$