



Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, ambos turnos)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Examen final (2 de Febrero de 2010)

Observaciones:

- 1) Sitúa el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribe nombre, apellidos y grupo en todas las hojas. Pon también el DNI en la primera de ellas.
- 3) Escribe con bolígrafo (o similar) azul o negro. Nunca a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Decir cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuales son falsas justificando las respuestas:

- (a) **(0.5 Puntos)** Si n vectores son linealmente dependientes al menos uno de ellos es combinación lineal de los demás
- (b) **(0.25 Puntos)** Toda matriz diagonalizable es invertible.
- (c) **(0.5 Puntos)** Si una función tiene derivadas parciales en un punto, es continua en dicho punto.

2. Se considera la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $f(x, y, z) = (2x+y+z, y+2z)$.

- (a) **(0.25 Puntos)** Hallar la matriz de f en las bases canónicas de \mathbb{R}^2 y de \mathbb{R}^3 .
- (b) **(0.5 Puntos)** Hallar una base de $\ker f$.
- (c) **(0.5 Puntos)** Hallar la matriz de f respecto de las bases $B_2 = \{u_1(1, 0), (1, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 y $B_3 = \{v_1(1, 0, 0), v_2(1, 1, 0), v_3(1, 1, 1)\}$ de \mathbb{R}^3 .

3. (a) Se considera el subespacio E de \mathbb{R}^4 de ecuaciones
$$\begin{cases} x - y + z + t = 0 \\ x + y + z - t = 0 \end{cases}$$

1. **(0.75 Puntos)** Hallar la proyección ortogonal del vector $u(1, 1, 1, 1)$ sobre E .
2. **(0.5 Puntos)** Hallar una base del subespacio ortogonal de E .

4. Calcular:

- (a) **(0.5 Puntos)** $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x^4)^{\frac{1}{1 + \ln(1+x)}}$

(b) **(0.75 Puntos)** $\int \cos \sqrt{x} dx$

5. Dada la función $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ estudiar:

(a) **(0.5 Puntos)** La continuidad

(b) **(0.25 Puntos)** La existencia de derivadas parciales en $(0,0)$.

(c) **(0.25 Puntos)** La diferenciabilidad

6. (a) **(0.5 Puntos)** Hallar el polinomio de Taylor de segundo grado de la función $f(x, y) = e^{x-y+\sin(x+y)}$ en el punto $(0, 0)$.

(b) **(0.5 Puntos)** Estudia los extremos relativos de la función $f(x, y) = x^2 - 2x + xy + \frac{(y-1)^2}{2}$

7. (a) **(1 Punto)** Resuelve el problema de valores iniciales
$$\begin{cases} y'' - 5y' + 6y = (2x - 3)e^x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$$

(b) **(1 Punto)** Resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} x' = x - y - 1 \\ y' = x + y \end{cases}$$