Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, ambos turnos)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Segundo examen parcial (5 de Junio de 2004)

Observaciones:

- 1) La duración del examen será de 3 horas y media.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo azul o negro (nunca a lápiz).
- 4) No fumar.
- 5) No podrá usarse calculadora.

1. (2 puntos) Estudiar la continuidad y hallar las derivadas parciales de la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x+y)^3}{(x^2+y^2)^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

en todo punto del plano $\mathbb{R}^2$.

2. (1 punto) Calcular el polinomio de Taylor de grado 2 de la función $f(x, y) = \ln(2x - 3y)$ en el punto $(2, 1)$.
3. (1.25 puntos) Justificar que la ecuación

$$x + ze^{z+y} + \text{sen}(z - y) = 1$$

define a la variable z como función implícita de x, y , en un entorno del punto $(1, 0, 0)$. Calcular las derivadas parciales de z en $(x, y) = (1, 0)$.

4. (0.75 puntos) Calcular la expresión analítica de la diferencial de la función $f(x, y) = \ln \frac{\text{sen} x}{\cos y}$ en el punto $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$.

Nota: $\text{sen} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\text{sen} \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a) (1 punto)

$$2x^2 + 2xy + 1 + (1 - xy^2 - y^3)y' = 0$$

Nota: La función $\frac{1}{(x+y)}$ es un factor integrante de la ecuación.

(b) (1.5 puntos)

$$y^{IV} + 2y'' + y = \text{sen}(2x)$$

6. (1.5 puntos) Calcula el área del recinto del plano limitado por los semiejes coordenados positivos y por las curvas $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = \frac{2x-2}{5x}$.