

Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Examen parcial (28 de Febrero de 2004)

Observaciones:

- 1) La duración del examen será de 3 horas y media.
- 2) Escribe nombre y apellidos en todas las hojas. Escribe también el turno y el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribe con bolígrafo azul o negro (nunca a lápiz).
- 4) Sitúa el D.N.I. u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 5) No fumar en el aula.
- 6) No podrá usarse calculadora.
- 7) Empezar cada ejercicio en una página aparte.
- 8) Los alumnos que tengan alguna convalidación parcial por haber aprobado alguna asignatura relacionada deberán tener en cuenta que los ejercicios de álgebra son 1, 2, 3 y 4 y los de cálculo 5, 6 y 7.

1. **(1.5 puntos)** Estudia la compatibilidad del sistema

$$\begin{aligned}ax + y + bz &= 0 \\x + ay + 2z &= b - 2 \\x + ay + bz &= a - 1\end{aligned}$$

según los valores de los parámetros a y b y resuélvelo cuando sea compatible indeterminado.

2. **(1 punto)** Se considera la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida de la forma

$$f(1, 3, 5) = (1, 0), f(0, 1, 1) = (1, 0), f(0, 0, 1) = (0, 0).$$

- (a) Hallar la matriz de f respecto de las bases canónicas.
- (b) Hallar una base de $\ker f$.

3. **(2 puntos)** Consideremos el espacio vectorial de las funciones reales continuas definidas en $[-1, 1]$. Definimos en este espacio:

$$f \cdot g = \int_{-1}^1 x^2 f(x)g(x)dx$$

- (a) Demostrar que la aplicación anterior es un producto escalar.
- (b) Hallar el ángulo entre las funciones $f(x) = 1$, y $g(x) = x$.
- (c) ¿Para qué valores de a serán ortogonales los vectores $x + a$, y $x - a$?
- (d) Ortonormalizar el sistema de vectores $\{1, x, x^2\}$.

4. **(1 punto)** Estudiar para que valores de los parámetros α y β es diagonalizable la matriz:

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \beta \\ 3 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$$

y halla en cada caso los valores propios y los subespacios propios asociados.

5. **(1 punto)** Estudia la convergencia de la serie $\sum_{n \geq 1} \frac{5n+1}{3^n}$, y si es posible, halla su suma.

6. **(1.5 puntos)** Calcula el límite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{arctg} x}{x^2 \ln(1+x)}$.

Indicación: Puede resultar mas fácil utilizando desarrollos de Taylor.

7. **(1 punto)** Resuelve la siguiente integral $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x + 2 \cos x} dx$