



Ingeniero Técnico Industrial (Mecánica, turno de mañanas)
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Segundo examen parcial (6 de Junio de 2009)

Observaciones:

- 1) Situar el DNI u otro documento identificativo semejante en posición visible encima de la mesa.
- 2) Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Escribir también el D.N.I. en la primera de ellas.
- 3) Escribir con bolígrafo (o similar) azul o negro. NUNCA a lápiz.
- 4) La duración del examen será de 3 horas y media.

1. Para la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

se pide, para cada punto de \mathbb{R}^2 :

- (a) (1 Punto) Obtener las derivadas parciales.
- (b) (0.5 Puntos) Determinar si la función es diferenciable.

2. Para la función

$$g(x, y, z) = (\log[-xy]e^{z-y}, 3 - \sin[ze^{x^2y}])$$

calcular:

- (a) (0.75 Puntos) La matriz jacobiana en el punto $(-1, 1, 0)$.
- (b) (0.5 Puntos) La expresión analítica de la diferencial $dg(-1, 1, 0)$.
- (c) (0.25 Puntos) La derivada direccional $D_{(2,0,3)}g(-1, 1, 0)$.
- (d) (1 Punto) Las derivadas parciales segundas siguientes:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial z}(x, y, z) \qquad \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}(-1, 1, 0)$$

3. (1.25 Puntos) Hallar el máximo y el mínimo absolutos de la función

$$F(x, y) = ye^{x^2-y}$$

en el conjunto compacto de \mathbb{R}^2

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 2\}$$

4. **(0.75 Puntos)** Hallar el polinomio de Taylor de grado 2 de la función

$$G(x, y) = \frac{x^2 - y}{\sin y}$$

en el punto $(0, \frac{\pi}{2})$.

5. Resolver:

(a) **(0.75 Puntos)** La ecuación diferencial

$$y^3 - \cos x + 2e^y x + y'(3xy^2 - \frac{3}{y^4} + x^2 e^y) = 0$$

(b) **(0.75 Puntos)** El problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} y' = \frac{\tan y}{x} \\ y(1) = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

(c) **(1.5 Puntos)** El siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} y_1' = -y_1 + y_2 + e^{-x} \\ y_2' = 3y_1 + y_2 - x^2 + 2x \end{cases}$$