



Variable Compleja y Transformadas
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística

E.T.S. Ingeniería Industrial ▷ UPCT

I.T.I. Industrial. Especialidad en Electrónica Industrial ☐ Mañana ☐ Tarde ☐

I.T.I. Industrial. Especialidad en Electricidad ☐

Examen (convocatoria de junio) 12/06/2013

Apellidos y Nombre:

D.N.I.:

Observaciones:

- No está permitido el uso de calculadora programable.
- Los cálculos deben ser **exactos** y los ángulos deben explicitarse en **radianes**.
- Justifique los razonamientos que emplea.
- Entregue la hoja del enunciado.
- Entregue los ejercicios en el mismo orden que aparecen enunciados.

1. **(1.5 puntos.)** Encuentre en \mathbb{C} las singularidades de la siguiente función e indique su tipo:

$$f(z) = \frac{1}{5 - 3 \cos z}$$

2. **(1.75 ptos.)** Encuentre, demostrando su existencia, una función $v(x, y)$, de manera que la función $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ sea entera y se cumpla $f(0) = 1$, siendo $u(x, y)$ definida por

$$\operatorname{Im}(f(z)) = u(x, y) = -2x^2 + 2y^2 + 6x^2y - 2y^3$$

Exprese f como función de z .

3. **(1.75 ptos.)** Calcule el desarrollo de Laurent de la función

$$f(z) = \frac{z}{(z)(z-1)(z-2)(z-3)}$$

en el anillo $A(0, 1, 2) = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2\}$.

Indique la parte regular y esencial de dicho desarrollo.

4. Calcule las siguientes integrales utilizando la teoría de variable compleja.

a) **(1.5 ptos.)**

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{13 - 5 \cos t} dt$$

b) (1.75 ptos.)

$$\int_{\gamma} ((\operatorname{Re} z) - (\operatorname{Im} z)^2) + i (\operatorname{Im} z + \operatorname{Re} z) dz, \quad \text{donde } \gamma(t) = t^2 + it; \quad t \in [0, 1]$$

5. (1.75 ptos.) Resuelva mediante la transformada \mathcal{Z} el siguiente problema del valor inicial:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{n+2} - 3y_{n+1} + 2y_n = n \quad n \geq 0 \\ y_0 = 0 \\ y_1 = 0 \end{array} \right.$$

Compruebe que la solución obtenida cumple las condiciones iniciales, así como la ecuación en diferencias.