



Ingeniero Técnico Industrial
(Electricidad y Electrónica Industrial)
Curso 99/00

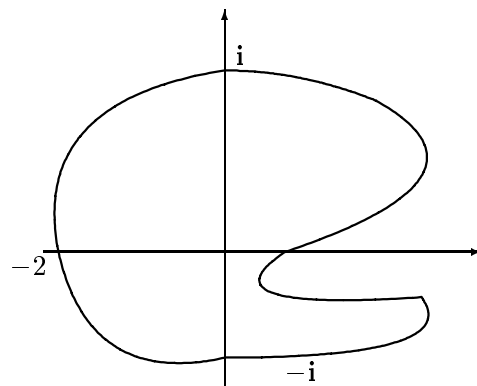
Asignatura: “Variable compleja y transformadas”
11 de febrero del 2000.

Cuestiones.

1. Sea L_π la determinación holomorfa del logaritmo en $\mathbb{C} \setminus [0, +\infty[$. Evidentemente L_π no es derivable en el punto $z_0 = 0$, ¿es dicha singularidad aislada? ¿por qué?
2. Calcula el valor de la integral

$$\int_{\gamma} \frac{\operatorname{sen}(z^2) + e^{1/z}}{z\mathbf{i} + z} dz$$

siendo γ la curva cuyo rango se representa en la figura siguiente, orientada en el sentido contrario al de las agujas del reloj.



Problemas.

1. Calcula el desarrollo de Laurent alrededor del cero de la función,

$$f(z) = \frac{z}{(z-1)^2(z+2)}$$

en los anillos que se indican:

- (a) $\{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\}$
- (b) $\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2\}$
- (c) $\{z \in \mathbb{C} : 2 < |z|\}$

2. Calcula las siguientes integrales:

$$(a) \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 t}{2 + \cos t} dt, \quad (b) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(\alpha x)}{(x^2 + 1)(x + 2)} dx, \quad \alpha > 0$$

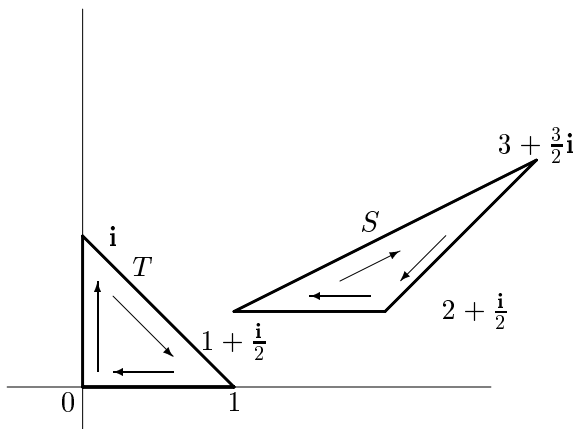
3. Estudia la derivabilidad de la función,

$$f(x + iy) = |x - y| + i(x + y)$$

en el conjunto $\Omega = \{x + iy \in \mathbb{C} : x, y > 0\}$. A continuación calcula el valor de las integrales:

$$\int_T f(\omega) d\omega \quad \int_S f(\omega) d\omega$$

siendo T y S los triángulos de la figura, recorridos en el sentido que indican las flechas.



4. Al estudiar el flujo de carga en circuitos eléctricos dotados de una resistencia y un inductor, cuando el voltaje que produce el generador no es continuo aparecen ecuaciones diferenciales lineales de orden dos de forma que el término independiente es una función discontinua. Resuelve el siguiente problema de Cauchy:

$$\left. \begin{aligned} y''(t) + \beta y'(t) &= \phi(t) \\ y(0) &= 0, \quad y'(0) = -1 \end{aligned} \right\}$$

siendo ϕ la siguiente función escalonada,

$$\phi(t) = \begin{cases} 1, & t \leq a \\ 0, & t > a \end{cases}$$

con $a > 0$.