



Problemas de Optimización Hoja 5. Optimización lineal (I) Planteamientos

1. Se procesan tres productos a través de tres operaciones diferentes. Los tiempos (en minutos) requeridos por unidad de cada producto, la capacidad diaria de las operaciones (en minutos por día) y el beneficio por unidad vendida de cada producto (en euros) son los dados por la tabla siguiente:

Operación	Tiempo por unidad (minutos)			Capacidad de operación (min. por día)
	Producto 1	Producto 2	Producto 3	
1	1	2	1	430
2	3	0	2	460
3	1	4	0	420
Ganancia por unidad (euros)	3	2	5	

Los tiempos cero indican que el producto no requiere la operación dada. Se supone que todas las unidades producidas se venden. Además los beneficios dados por unidad son valores netos que resultan después que se deducen todos los costos pertinentes. La meta del modelo es determinar la producción diaria óptima para los tres productos que maximice el beneficio.

2. Formulación de una dieta para pollos. Suponga que el lote diario requerido de la mezcla son 100 gramos. La dieta debe contener:

Al menos 0.8% pero no más de 1.2% de calcio.

Al menos 22% de proteínas.

A lo más 5% de fibras crudas.

Suponga además, que los principales ingredientes utilizados incluyen maíz, soja y caliza (carbonato de calcio). El contenido nutritivo de estos ingredientes se resume a continuación:

Ingrediente	Gramos de nutriente por cada gramo de ingrediente			Coste (euros) por gramo
	Calcio	Proteína	Fibra	
Caliza	0.380	0.00	0.00	0.02
Maíz	0.001	0.09	0.02	0.04
Soja	0.002	0.50	0.08	0.12

El objetivo es minimizar el coste total de la mezcla de manera que se satisfagan las restricciones físicas y nutritivas.

3. Una fábrica de papel recibe tres pedidos de rollos de papel con los anchos y longitudes indicadas en la siguiente tabla:

Pedido número	Anchura (cm)	Cantidad de rollos
1	50	1000
2	70	3000
3	90	2000

La longitud de los rollos es una cantidad fija l . Los rollos se producen en la fábrica con dos anchos estándar, 100 y 200 centímetros, los cuales hay que recortar a los tamaños especificados por los pedidos. No existe límite sobre la longitud de los rollos estándar ya que para propósitos prácticos los rollos de longitud limitada pueden unirse para proporcionar las longitudes requeridas. El objetivo es determinar el esquema de producción (modelos de corte) que minimice la pérdida por ajuste y satisfaga la demanda dada.

4. Una unidad completa de un cierto producto consiste de 4 unidades del componente A y 3 unidades del componente B . Los dos componentes (A, B) se fabrican con dos materias primas de las cuales se tienen disponibles 100 y 200 unidades, respectivamente. Están implicados tres departamentos en el proceso de producción y cada departamento utiliza un método diferente para fabricar los componentes. La siguiente tabla da los requisitos de materia prima por pasada de producción y las unidades resultantes de cada componente. El objetivo es determinar el número de pasadas de producción para cada departamento que maximizará el número total de unidades completas del producto final.

Dpto.	Entrada por pasada de producción (unidades)		Salida por pasada de producción (unidades)	
	Mat. prima 1	Mat. prima 2	Componente A	Componente B
1	8	6	7	5
2	5	9	6	9
3	3	8	8	4

5. Se procesan cuatro productos en dos máquinas de forma sucesiva. Los tiempos de manufactura en horas por unidad de cada producto se indican a continuación para las dos máquinas:

Máquina	Tiempo por unidad (horas)				Coste hora
	Producto 1	Producto 2	Producto 3	Producto 4	
1	2	3	4	2	6
2	3	2	1	2	9

Las horas totales presupuestadas para todos los productos en las máquinas 1 y 2 son 500 y 380. Si el precio de venta por unidad para los productos 1, 2, 3 y 4 es de 45, 40, 35 y 32 euros respectivamente, formular el problema como un modelo de programación lineal para maximizar el beneficio neto total.

6. Una compañía produce dos tipos de sombreros. Cada sombrero del primer tipo requiere el doble de tiempo en mano de obra que el segundo tipo. Si todos los

sombreros son solamente del segundo tipo, la compañía puede producir un total de 500 sombreros al día. El mercado limita las ventas diarias del primero y segundo tipo a 150 y 250 sombreros. Suponga que los beneficios por sombrero son 5 euros para el tipo 1 y 3 euros para el tipo 2. Determinar el número de sombreros que deben producirse de cada tipo a fin de maximizar el beneficio.

7. Un fabricante produce tres modelos (I, II y III) de un cierto producto, y usa dos tipos de materia prima (**A** y **B**), de las cuales se tienen disponibles 2000 y 3000 unidades, respectivamente. Los requisitos de materia prima por unidad de los tres modelos vienen dados por la tabla siguiente:

Materia Prima	Requisitos por unidad de modelo dado		
	Modelo I	Modelo II	Modelo III
A	2	3	5
B	4	2	7

El tiempo de mano de obra para cada unidad del modelo I es dos veces el del modelo II y tres veces el del modelo III. La fuerza laboral completa de la fábrica puede producir el equivalente de 700 unidades del modelo I. Una encuesta de mercado indica que la demanda mínima de los tres modelos es 200, 250 y 150 unidades respectivamente. Sin embargo, las relaciones del número de unidades producidas deben ser igual a 3:2:5. Suponga que los beneficios por unidad de los modelos I, II y III son 30, 20 y 50 euros. Formular el problema como un modelo de programación lineal a fin de determinar el número de unidades de cada producto que maximicen el beneficio.

8. Un empresario tiene la opción de invertir su dinero en dos planes. El plan **A** garantiza que cada euro invertido proporciona 1.4 euros dentro de un año, mientras que el plan **B** garantiza que cada euro invertido dará 1.6 euros dentro de dos años. En el plan **B** se permite únicamente las inversiones para periodos que sean múltiplos de dos años. ¿Cómo se deberán invertir 60000 euros a fin de maximizar las ganancias al final de tres años?. Formule el problema como un modelo de programación lineal.
9. Para una cafetería que está abierta las 24 horas del día se requieren los siguientes camareros

Periodo	Horas del día	Número mínimo de camareros
1	2-6	4
2	6-10	8
3	10-14	10
4	14-18	7
5	18-22	12
6	22-2	4

Cada camarero trabaja 8 horas consecutivas por día. El objetivo es encontrar el menor número de camareros necesario para cumplir los requisitos anteriores. Formule el problema como un modelo de programación lineal.

10. Suponga que el número mínimo de autobuses requerido en la i -ésima hora del día es b_i y que cada autobús trabaja 6 horas consecutivas. Si ahora suponemos que en

caso de que el número de autobuses en el periodo i exceda del mínimo requerido b_i se incurre en un costo por exceso c_i (por autobús y hora). Formule el problema como un modelo de programación lineal de tal manera que se minimice el coste total por exceso originado.

11. Un jugador invierte en un juego que requiere dividir su dinero entre cuatro elecciones diferentes. El juego tiene tres resultados. La siguiente tabla da la ganancia o pérdida correspondiente a los tres resultados por cada euro depositada en cada una de las cuatro elecciones

Resultado	Ganancia (o pérdida) por euro depositado en la elección dada			
	1	2	3	4
1	-3	4	-7	15
2	5	-3	9	4
3	3	-9	10	-8

Suponga que el jugador tiene un total de 500 euros, con los cuales puede jugar únicamente una vez. El resultado exacto del juego no se conoce a priori, y a la vista de esta incertidumbre el jugador decide hacer la asignación que maximice su mínimo rendimiento. Formule el problema como un modelo de programación lineal.

NOTA: La interpretación de la tabla es la siguiente, por ejemplo si el resultado es 1 y el jugador realizó la elección 1 pierde -3 euros, mientras que si el resultado es 1 y la elección fue la 2 entonces gana 2 euros.

12. Cierta corporación tiene tres plantas sucursales con capacidad de producción en exceso. Las tres plantas tienen los elementos necesarios como para producir determinado producto y el gerente ha decidido usar parte de la capacidad de producción en exceso con tal fin. Este producto puede hacerse en tres tamaños: grande, mediano y pequeño; que dan como resultado una utilidad unitaria neta de 90, 75 y 60 euros, respectivamente. Las plantas 1, 2 y 3 tienen capacidad de mano de obra y equipo en exceso como para producir 750, 900 y 450 unidades por día de este producto, respectivamente, sin importar el tamaño o la combinación de tamaños que se aplique. Sin embargo, el espacio de almacenamiento disponible para productos en proceso también impone una limitación sobre las tasas de producción. Las plantas 1, 2 y 3 tienen 1300, 1200 y 500 metros cuadrados de espacio de almacenamiento disponible para productos en proceso, para un día de producción de este artículo. Cada unidad de los tamaños grande, mediano y pequeño producidos por día requiere de 2, 1.5 y 1.2 metros cuadrados respectivamente.

Los pronósticos de ventas indican que pueden venderse al día 900, 1200 y 750 unidades de los tamaños grande, medio y pequeño respectivamente.

Con el fin de mantener una carga uniforme de trabajo entre las plantas y conservar cierta flexibilidad, el gerente ha decidido que la producción adicional asignada a cada planta debe usar el mismo porcentaje de la capacidad de mano de obra y equipo en exceso.

El gerente desea saber cuánto debe producirse de cada uno de los tamaños en cada una de las plantas para maximizar la utilidad.

Formular un modelo de programación lineal para este problema.