



Problemas de Optimización Hoja 8. Métodos Variacionales

1. Sabiendo que la longitud de una curva que une dos puntos $P = (a, A)$ y $Q = (b, B)$ viene dada por la integral

$$L(y) = \int_a^b \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx$$

demuestra que la curva que une P con Q con menor longitud es la línea recta que los une.

2. Resuelve para los distintos valores de a el problema siguiente

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } J(y) &= \int_0^1 (y^2 + x^2 y') dx \\ y(0) &= 0 \\ y(1) &= a \end{aligned}$$

3. Resuelve mediante el cambio adecuado y para los distintos valores de a , el problema siguiente

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } J(y) &= \int_0^2 (yy' + [y']^2) dx \\ y(0) &= 1 \\ y(2) &= a \end{aligned}$$

4. Resuelve, si es posible, el problema siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } J(y) &= \int_0^1 \frac{1}{2} (y' - x)^2 dx \\ y(0) &= 1, \quad y(1) = 2 \end{aligned}$$

5. Resuelve el problema

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } J(x, y) &= \int_0^1 [2xy - (y')^2 + 3y'y] dx \\ y(0) &= 1 \\ y(1) &= -1 \end{aligned}$$

6. Determinar, si existen, los extremales de los siguientes funcionales

(a)

$$\begin{cases} J_1(y) = \int_1^2 [(y')^2 - 2xy] dx \\ y(1) = 0 \\ y(2) = -1 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} J_2(y) = \int_0^1 (3x - y) y dx \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

7. Resuelve el siguiente problema

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } J(x, y, y') &= \int_0^4 [xy' - (y')^2] dx \\ y(0) &= 0 \\ y(4) &= 3 \end{aligned}$$

8. Resuelve el problema

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } J(x, y) &= \int_0^1 [xy' - y^2] dx \\ y(0) &= 0 \\ y(1) &= 1 \end{aligned}$$