



industriales

etsii UPCT

509101011-Matemáticas II - Grado en Ingeniería Química Industrial

28 de junio de 2021

Examen Final Ordinario - Duración: 210 minutos

APELLIDOS y NOMBRE:

DNI:

Firma:

TIPO EXAMEN: PARCIAL 1 PARCIAL 2 GLOBAL PROBLEMAS

MESA:

OBSERVACIONES Y REQUISITOS

- Coloca el DNI o equivalente encima de la mesa. Rellena y entrega la hoja del enunciado. Pon tu nombre en cada folio de respuesta. Indica en la cabecera del enunciado el tipo de examen que vas a realizar y el número de mesa que usas.
- Usa bolígrafo azul o negro, **nunca lápiz. Escribe con claridad.**
- Está prohibido el uso de móviles. **NO** se puede usar calculadora programable. **NO** se permite ningún tipo de material bibliográfico. **NO** se permite la comunicación entre los asistentes al examen. **NO** se puede salir del examen durante la primera media hora. **NO** se puede salir del aula durante la realización del examen. **Una violación de estas reglas o una acción irregular realizada durante la prueba será motivo de expulsión y una calificación final de 0 en la asignatura.**
- Los resultados obtenidos sin el razonamiento matemático adecuado serán puntuados con 0.

A. PRIMER PARCIAL Y SEGUNDO PARCIAL (70 %)

1. **(1.5 puntos)**. Determina **de qué tipo** son las siguientes integrales, justificando **si son o no convergentes**, y calculando en ambos casos su **valor principal**:

a) $\int_0^{\infty} x^2 e^{-2x} dx$ b) $\int_{-2}^1 \frac{1}{x^2} dx$

2. **(1 punto)** Calcula el volumen del sólido engendrado al girar en torno al eje OY, la superficie limitada por la curva $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 8}$ y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

3. Sean $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ y $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, las funciones definidas como

$$F(x, y, z) = \left(\frac{yz}{x}, \frac{xz}{y}, \frac{xy}{z} \right)$$

y

$$g(x, y, z) = xyz$$

Se pide:

- a) **(0.75 puntos)** Comprueba que se cumple el teorema de la función compuesta al calcular el Jacobiano de $h(x, y, z) = (g \circ F)(x, y, z)$.
- b) **(0.75 puntos)** Calcula de dos formas diferentes (usando la definición y mediante el gradiente), la derivada direccional de la función $g(x, y, z)$ en el punto $\vec{a} = (1, 1, 1)$, en la dirección $\vec{v} = (1, 1, 1)$.

4. (1 punto) Demuestra que la ecuación

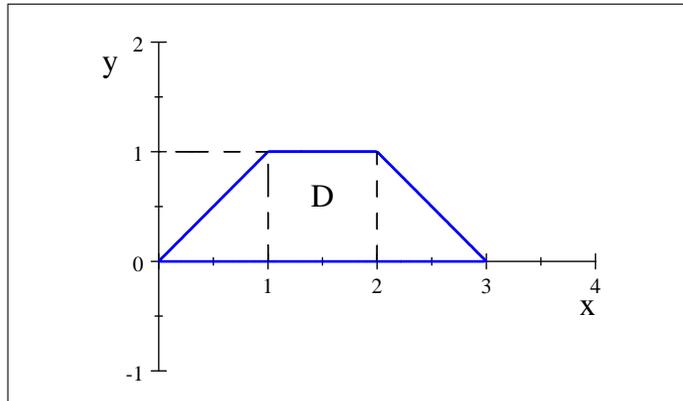
$$z + \operatorname{sen}(z) + xy = 1$$

define a $z = z(x, y)$ como función implícita de x e y en un entorno del punto $(1, 1, 0)$ y encuentra la ecuación del plano tangente a $z(x, y)$ en el punto $(1, 1)$.

5. (1.5 puntos) Encuentra, justificando su existencia, los valores máximos y mínimos absolutos de la función $f(x, y) = x^2 + xy - y + y^2$ sobre el conjunto

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1; \quad x \geq 0\}$$

6. (1.5 puntos) Sea $f(x, y) = xy$ y D la región del plano representada en la siguiente gráfica



Calcula

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy$$

7. Responde de forma razonada a los siguientes apartados, indicando en cada caso el tipo de EDO de la que se trata:

a) (1 punto) Resuelve el siguiente problema de valor inicial

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{xy} dx + \left(y - \frac{\ln(x)}{y^2} \right) dy &= 0 \\ y(1) &= 2 \end{aligned} \right\}$$

b) (1 punto) Resuelve la siguiente EDO lineal de coeficientes constantes

$$y''' - 7y'' + 20y' - 24y = 24x^2$$

siendo $y = y(x)$

B. PROBLEMAS (20 %)

Responde a este apartado si quieres mejorar la nota del trabajo de evaluación continua, en caso de responder al mismo, debes marcar la casilla correspondiente en la cabecera del examen y renuncias expresamente a la nota obtenida durante el curso en dicho trabajo.

1. (10 puntos) Calcula las siguientes integrales

$$\text{a) } \int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx \quad \text{b) } \int \frac{-2x^2 - 5x}{\sqrt{-x^2 - 2x + 1}} dx$$



509101011-Matemáticas II - Grado en Ingeniería Química Industrial
28 de junio de 2021
Examen Final Ordinario - Duración: 210 minutos

APELLIDOS y NOMBRE:

DNI:

Firma:

TIPO EXAMEN: PARCIAL 1 PARCIAL 2 GLOBAL PROBLEMAS

MESA:

OBSERVACIONES Y REQUISITOS

- Coloca el DNI o equivalente encima de la mesa. Rellena y entrega la hoja del enunciado. Pon tu nombre en cada folio de respuesta. Indica en la cabecera del enunciado el tipo de examen que vas a realizar y el número de mesa que usas.
- Usa bolígrafo azul o negro, **nunca lápiz. Escribe con claridad.**
- Está prohibido el uso de móviles. **NO** se puede usar calculadora programable. **NO** se permite ningún tipo de material bibliográfico. **NO** se permite la comunicación entre los asistentes al examen. **NO** se puede salir del examen durante la primera media hora. **NO** se puede salir del aula durante la realización del examen. **Una violación de estas reglas o una acción irregular realizada durante la prueba será motivo de expulsión y una calificación final de 0 en la asignatura.**
- Los resultados obtenidos sin el razonamiento matemático adecuado serán puntuados con 0.
- El examen está puntuado sobre 8.

A. PRIMER PARCIAL (35 %)

1. (1.5 puntos). Determina **de qué tipo** son las siguientes integrales, justificando **si son o no convergentes**, y calculando en ambos casos su **valor principal**:

a) $\int_0^{\infty} x^2 e^{-2x} dx$ b) $\int_{-2}^1 \frac{1}{x^2} dx$

2. (1 punto) Calcula el volumen del sólido engendrado al girar en torno al eje OY, la superficie limitada por la curva $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 8}$ y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.
3. Dada la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) (0.5 puntos) Calcula los límites iterados de $f(x, y)$ en el punto $(0, 0)$.
- b) (0.5 puntos) Calcula el límite de la función en el punto $(0, 0)$ cuando (x, y) se encuentra sobre rectas que pasan por el origen (límites direccionales).
- c) (0.5 puntos) Calcula el límite de la función en el punto $(0, 0)$ usando coordenadas polares.
- d) (0.5 puntos) En vista de los resultados obtenidos en los apartados anteriores, ¿podrías afirmar que la función $f(x, y)$ es continua en el punto $(0, 0)$? Razona la respuesta.

e) **(0.75 puntos)** Calcula, si existen, las derivadas parciales de $f(x, y)$ en el punto $(0, 0)$.

f) **(0.5 puntos)** Calcula la diferencial de la función $f_2(x, y, z)$ en el punto $\vec{a} = (1, 1, 0)$.

4. Sean $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ y $g : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$, las funciones definidas como

$$F(x, y, z) = \left(\frac{yz}{x}, \frac{xz}{y}, \frac{xy}{z} \right)$$

y

$$g(x, y, z) = xyz$$

Se pide:

a) **(0.75 puntos)** Calcula el Jacobiano de la función $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$.

b) **(0.75 puntos)** Calcula el hessiano de la función $g(x, y, z)$ en el punto $\vec{a} = (1, 1, 1)$.

c) **(0.75 puntos)** Calcula de dos formas diferentes (usando la definición y mediante el gradiente), la derivada direccional de la función $g(x, y, z)$ en el punto $\vec{a} = (1, 1, 1)$, en la dirección $\vec{v} = (1, 1, 1)$.

B. PROBLEMAS (20 %)

Responde a este apartado si quieres mejorar la nota del trabajo de evaluación continua, en caso de responder al mismo, se renuncia expresamente a la nota obtenida durante el curso en dicho trabajo. Debes marcar la casilla correspondiente en la cabecera del examen.

1. **(10 puntos)** Calcula las siguientes integrales

$$\text{a) } \int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx \quad \text{b) } \int \frac{-2x^2-5x}{\sqrt{-x^2-2x+1}} dx$$



509101011-Matemáticas II - Grado en Ingeniería Química Industrial
28 de junio de 2021
Examen Final Ordinario - Duración: 210 minutos

APELLIDOS y NOMBRE:

DNI:

Firma:

TIPO EXAMEN: PARCIAL 1 PARCIAL 2 GLOBAL PROBLEMAS

MESA:

OBSERVACIONES Y REQUISITOS

- Coloca el DNI o equivalente encima de la mesa. Rellena y entrega la hoja del enunciado. Pon tu nombre en cada folio de respuesta. Indica en la cabecera del enunciado el tipo de examen que vas a realizar y el número de mesa que usas.
- Usa bolígrafo azul o negro, **nunca lápiz. Escribe con claridad.**
- Está prohibido el uso de móviles. **NO** se puede usar calculadora programable. **NO** se permite ningún tipo de material bibliográfico. **NO** se permite la comunicación entre los asistentes al examen. **NO** se puede salir del examen durante la primera media hora. **NO** se puede salir del aula durante la realización del examen. **Una violación de estas reglas o una acción irregular realizada durante la prueba será motivo de expulsión y una calificación final de 0 en la asignatura.**
- Los resultados obtenidos sin el razonamiento matemático adecuado serán puntuados con 0.
- El examen está puntuado sobre 7.

A. SEGUNDO PARCIAL (35 %)

1. Sean $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ y $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, las funciones definidas como

$$F(x, y, z) = \left(\frac{yz}{x}, \frac{xz}{y}, \frac{xy}{z} \right)$$

y

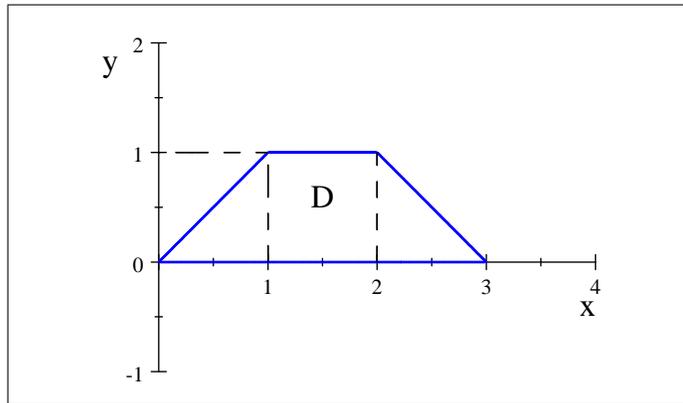
$$g(u, v, w) = uvw$$

Se pide:

- a) **(1 punto)** Comprueba que se cumple el teorema de la función compuesta al calcular el Jacobiano de $h(x, y, z) = (g \circ F)(x, y, z)$.
2. **(1 punto)** Demuestra que la ecuación
- $$z + \operatorname{sen}(z) + xy = 1$$
- define a $z = z(x, y)$ como función implícita de x e y en un entorno del punto $(1, 1, 0)$ y encuentra la ecuación del plano tangente a $z(x, y)$ en el punto $(1, 1)$.
3. **(1.5 puntos)** Encuentra, justificando su existencia, los valores máximos y mínimos absolutos de la función $f(x, y) = x^2 + xy - y + y^2$ sobre el conjunto

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1; \quad x \geq 0\}$$

4. (1.5 puntos) Sea $f(x, y) = xy$ y D la región del plano representada en la siguiente gráfica



Calcula

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy$$

5. Responde de forma razonada a los siguientes apartados, indicando en cada caso el tipo de EDO de la que se trata:

a) (1 punto) Resuelve el siguiente problema de valor inicial

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{xy} dx + \left(y - \frac{\ln(x)}{y^2} \right) dy &= 0 \\ y(1) &= 2 \end{aligned} \right\}$$

b) (1 punto) Resuelve la siguiente EDO

$$y''' - 4y'' + 4y' - 16y = 9e^{2x}$$

B. PROBLEMAS (20 %)

Responde a este apartado si quieres mejorar la nota del trabajo de evaluación continua, en caso de responder al mismo, se renuncia expresamente a la nota obtenida durante el curso en dicho trabajo. Debes marcar la casilla correspondiente en la cabecera del examen.

1. (10 puntos) Calcula las siguientes integrales

$$\text{a) } \int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx \quad \text{b) } \int \frac{-2x^2 - 5x}{\sqrt{-x^2 - 2x + 1}} dx$$