



industriales

etsii UPCT

512103005 - Cálculo Numérico - Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

24 de enero de 2022

Primer Parcial - Duración: 120 minutos

APELLIDOS y NOMBRE:

DNI/NIE:

Firma:

TIPO EXAMEN:

PRIMER PARCIAL

SEGUNDO PARCIAL

PROBLEMAS

MESA:

OBSERVACIONES Y REQUISITOS

- Coloca el DNI o equivalente encima de la mesa. Pon el nombre y los apellidos en cada hoja de las respuestas y entrégalos junto con el enunciado, debidamente rellenado.
- Usa bolígrafo azul o negro, **nunca en lápiz o en color rojo. Escribe con claridad**, si la respuesta dada a un problema no se entiende o presenta un aspecto incoherente, sucio, desordenado o caótico será puntuada con un 0, recuerda que puedes utilizar todo los folios que necesites.
- **Extracto de las reglas de la convocatoria:** Terminantemente prohibido el uso de móviles. **NO** se permite ningún tipo de material bibliográfico. **NO** se permite la comunicación entre los asistentes a la prueba. **NO** se podrá abandonar el examen durante la primera media hora. **NO** se podrá salir del aula durante la realización de la prueba.
Cualquier violación de estas reglas o acción irregular realizada durante la prueba será motivo de expulsión de la misma y una calificación final en la asignatura de 0.
- **MUY IMPORTANTE:** Los resultados obtenidos sin el razonamiento matemático adecuado o que no incluyan todos los cálculos realizados serán puntuados con 0.
- El examen está puntuado sobre 10.
- La nota del examen es el 35 % de la nota final, siempre que sea superior o igual a 4 sobre 10.

A. PRIMER PARCIAL (35 %)

1. Considera las siguientes matrices

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 9 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 4 & 9 & 1 \\ 1 & -2 & -6 \end{pmatrix}$$

Responde razonadamente a cada apartado:

- (1 puntos) Encuentra la descomposición LU de la matriz \mathbf{A}_1 .
- (1 puntos) Utilizando la descomposición del apartado anterior (**no se admite ningún otro método**), resuelve el sistema

$$\mathbf{A}_1 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

c) **(1.25 puntos)** Indica si el método de Gauss-Seidel aplicado al sistema

$$\mathbf{A}_2 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

convergerá a su solución. Construye la matriz de iteración correspondiente, describe el procedimiento para resolver el sistema con este método y efectúa **una sola** iteración del mismo a partir del valor inicial

$$x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2. Dada la siguiente función

$$f(x) = x - 0,8 - 0,2 \sin(x), x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

Responde razonadamente a cada apartado:

- a) **(0.75 puntos)** Demuestra que existe una única raíz para $f(x)$ en el intervalo indicado.
- b) **(1 punto)** Realiza **2** iteraciones del método de Newton-Raphson, tomando $x_0 = 1$ como aproximación inicial. Justifica la convergencia del método para este valor inicial $x_0 = 1$.
- c) **(1 punto)** ¿Es posible aplicar el método iterativo del punto fijo para encontrar la raíz de $f(x)$ en el intervalo indicado usando $x_0 = 1$ como punto de partida? En caso afirmativo, realiza **2** iteraciones de dicho método, y compara con el resultado obtenido en el apartado anterior.

3. Usando la función

$$f(x) = \ln(x)$$

se ha construido la siguiente tabla de valores

x	2	2,2	2,3
$f(x)$	0,6931	0,7885	0,8329

Responde razonadamente a cada apartado:

- a) **(1.25 puntos)** Calcula el polinomio interpolador de Lagrange que pasa por los nodos $(x_j, f(x_j))$.
- b) **(1.25 puntos)** Usando el polinomio interpolador obtenido en el apartado anterior, calcula el valor de la función $f(x)$ en el punto $x = 2,1$, es decir, calcula $f(2,1)$. Deduce una cota teórica del error de interpolación en el cálculo de $f(2,1)$ y compara con el valor exacto.

4. **(1.0 puntos)** Sea $S(x)$ un spline cúbico con condiciones naturales y definido en el intervalo $[0, 2]$ por

$$S(x) = \begin{cases} 1 + 2x - x^3 & \text{Si } 0 \leq x < 1 \\ 2 + b(x-1) + c(x-1)^2 + d(x-1)^3 & \text{Si } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Razonando adecuadamente, encuentra los valores de b , c y d .