



# **I. Técnico en Telecomunicaciones. (Telemática)**

**Curso 2005/06**

**Examen Final de Cálculo**

**14 de septiembre de 2006**

| <b>APELLIDOS (Con letras mayúsculas)</b> | <b>NOMBRE</b> | <b>GRUPO</b> |
|------------------------------------------|---------------|--------------|
|                                          |               |              |

## **OBSERVACIONES**

- Coloque el D.N.I. de forma visible encima de la mesa.
- Escriba su nombre, apellidos y grupo en TODAS las hojas.
- Para facilitar la corrección, entregue SIEMPRE por SEPARADO lo correspondiente a la materia del PRIMER cuatrimestre y del SEGUNDO.
- Los alumnos que se presenten a toda la materia SÓLO han de contestar a las preguntas marcadas con ♣. En este caso, se recuerda que este examen se corrige como un único examen, sin distinguir entre parciales.
- Se recuerda que los alumnos que hayan obtenido en un parcial una calificación igual o mayor que 5 y se presentaron al examen final de julio, tienen la posibilidad de contestar a las preguntas de la materia que les queda pendiente. En este caso han de responder a las dos cuestiones y a los cuatro problemas. Si deciden hacer el examen de toda la materia, la nota que prevalece sobre cualquier otra es la de este examen.

**Parte I: Cuestiones**  
**( 1h:10 min.)**

C1.1 ♣ (1) p.

Halle, si es posible, el punto exacto del intervalo  $[-2, -3/2]$  en el que la recta tangente a la función

$$f(x) = \arcsen(2x + 4)$$

es paralela a la recta que pasa por  $(0, 0)$  y  $(1, 4)$ .

C1.2 (0.5+0.5) p.

Se considera la función  $f(x) = e^{-x} \cos(x)$ .

(a) Calcule la sucesión de números reales estrictamente positivos,  $a_n$ , formada por las infinitas soluciones de la ecuación  $f(x) = 0$ .

(b) Estudie el carácter de la serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ .

C2.1. ♣ (1) p.

Sea  $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$  continuamente diferenciable tal que la ecuación  $F(x, y, z) = 0$  define las funciones implícitas  $z = f(x, y)$ ,  $x = g(y, z)$ ,  $y = h(z, x)$ , respectivamente, en entornos de  $(x_0, y_0)$ ,  $(y_0, z_0)$  y  $(z_0, x_0)$ . Pruebe que en  $(x_0, y_0, z_0)$  se verifica

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial g}{\partial y} \cdot \frac{\partial h}{\partial z} = -1$$

C2.2 (1) p.

Demuestre que el área limitada por una curva cerrada y simple  $C$ , viene dada por

$$A = \frac{1}{2} \oint_C \{-ydx + xdy\}$$



| APELLIDOS (Con letras mayúsculas) | NOMBRE | GRUPO |
|-----------------------------------|--------|-------|
|                                   |        |       |

**Parte II: Problemas**  
( 2h:50 min.)

P1.1. ♣ (0.5+0.75+0.75) p.

Se considera la función  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{1 - x^3}$

- (a) Estudie la continuidad de  $f$  en  $\mathbb{R}$ .
- (b) Estudie el crecimiento de  $f(x)$  en  $\mathbb{R}$ .
- (c) Deduzca que  $f(x) \leq -1$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

Ayuda: Simplifique la expresión de  $f(x)$ .

P1.2. ♣ (2) p.

Una varilla metálica de longitud 4 cm tiene una distribución de temperatura dada por la fórmula

$$T(x) = 10 + x\sqrt{4-x}, \quad x \in [0, 4],$$

donde  $x$  representa la distancia en centímetros al extremo izquierdo de la varilla. Obtenga la temperatura media de la varilla.

Ayuda: El valor medio de  $f(x)$  en  $[a, b] \subset \mathbb{R}$  se calcula mediante  $\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ .

P1.3. (1+1) p.

Se considera la función  $f(x) = \frac{x^2}{2\sqrt{2}} + \sin(x)$ .

- (a) Determine el polinomio de Taylor de grado 3 de  $f(x)$  en un entorno del punto  $a = 0$ . Utilice el polinomio para aproximar el valor de  $f(0,1)$  y acote el error cometido.
- (b) Demuestre que  $f$  tiene un único punto crítico en el intervalo  $[-\pi/2, 0]$ .

P1.4. (0.25+0.5+1.25) p.

- (a) Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \log(x+4) - 2 \log(x+3)$
- (b) Estudie la convergencia de la integral impropia

$$\int_1^{+\infty} \frac{3x+14}{x^3+10x^2+33x+36} dx$$

- (c) Calcule su valor exacto, en caso convergente.

P2.1 ♣ (2) p.

Estudiar los extremos de la siguiente función

$$f(x, y) = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y + \cos(x + y) \quad 0 < x < 2\pi, \quad 0 < y < 2\pi$$

P2.2 ♣ (2) p.

Calcule

$$\int \int_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy,$$

donde  $D$  representa al dominio dado por  $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

P2.3 (2) p.

Demuestre que

$$\int_{(1,0)}^{(2,1)} \{2(x^2 + xy)dx + (x^2 + y^2)dy\}$$

es independiente del camino de integración. Calcule la integral.

P2.4 (1+1) p.

La ecuación diferencial

$$y^2 dx + (x^2 - xy)dy = 0$$

- (a) Demuestre que es homogénea.
- (b) Resuelva la ecuación diferencial.



**I. Técnico en Telecomunicaciones. (Telemática)**

**Curso 2005/06**

**Examen Final de Cálculo**

**14 de septiembre de 2006**

| <b>APELLIDOS (Con letras mayúsculas)</b> | <b>NOMBRE</b> | <b>GRUPO</b> |
|------------------------------------------|---------------|--------------|
|                                          |               |              |



**I. Técnico en Telecomunicaciones. (Telemática)**

**Curso 2005/06**

**Examen Final de Cálculo**

**14 de septiembre de 2006**

| <b>APELLIDOS (Con letras mayúsculas)</b> | <b>NOMBRE</b> | <b>GRUPO</b> |
|------------------------------------------|---------------|--------------|
|                                          |               |              |