



Ingeniero Técnico de Telecomunicaciones (Telemática)

Asignatura: Estadística

Curso 2005/2006

Hoja 5. Procesos estocásticos

1. Una población infinita genera llamadas de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa $\lambda = 10$ llamadas/hora. Calcular:
 - (a) La probabilidad de que en 12 minutos se originen dos o más llamadas.
 - (b) La probabilidad de que el tiempo entre llegadas no sea mayor de 6 minutos.
2. Consideremos el proceso estocástico $X(t) = At + B$, con $t \geq 0$, donde A es una variable aleatoria que toma los valores 3 y 4 con probabilidades $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$, respectivamente, y B es una v.a. con función puntual de probabilidad $P(B = 1) = P(B = 2) = \frac{1}{2}$, siendo A y B variables independientes.
 - (a) Determinar la función de distribución de $X(0)$ así como su esperanza.
 - (b) Dibujar las realizaciones del proceso y calcular la probabilidad de cada realización.
 - (c) Obtener la función de medias y de varianzas del proceso.
 - (d) Calcular la función de autocorrelaciones $r(t_1, t_2)$
 - (e) ¿Es un proceso estacionario (en sentido débil)?
3. Sea $N(t)$, con $t \geq 0$, un proceso de Poisson de tasa $\lambda > 0$ que representa el número de llamadas que se reciben por una determinada línea en el intervalo de tiempo $[0, t]$.
 - (a) Dibujar una realización de $N(t)$.
 - (b) Consideremos el proceso $X(t) = (-1)^{N(t)}$. Dibuja la realización correspondiente para este nuevo proceso. ¿Cómo se conoce al proceso resultante?
 - (c) Sea $0 < t_1 < t_2$. Calcular $P(N(t_1) = 2, N(t_2) = 1)$ y $P(N(t_1) = 1, N(t_2) = 2)$.
4. Una urna contiene 3 bolas negras y 3 bolas blancas. Consideremos el siguiente juego que se repite indefinidamente: se escoge aleatoriamente una bola de la urna; si es blanca, se vuelve a poner en la urna; si es negra, se deja fuera. Sea $X(n)$ el número de bolas negras en la urna después de n extracciones.
 - (a) ¿Es $X(n)$ un proceso de Markov?
 - (b) Determinar la matriz P de probabilidades de transiciones de estado.
 - (c) Calcular la probabilidad de que el proceso pase del valor 3 (3 bolas negras) al valor 2 (2 bolas negras) en dos etapas, utilizando la matriz de transiciones. Compara el resultado con el obtenido utilizando probabilidades condicionadas.
 - (d) Una vez comenzado el juego, determinar las probabilidades de cada estado tras dos extracciones.
5. Un determinado servidor, se puede encontrar cada hora en tres estados: fuera de servicio, libre y ocupado, con probabilidades iniciales de 0.1, 0.3 y 0.6 respectivamente. Se sabe que si está fuera de servicio, la probabilidad de que sea reparado y a la siguiente hora esté libre es de 0.4, y la de que esté ocupado de 0.5. Por otro lado, si está ocupado, la probabilidad de que a la siguiente hora permanezca ocupado es de 0.6 y de que quede libre 0.3. Por último si se encuentra libre, la probabilidad de pasar a cada uno de los posibles estados es la misma.
 - (a) Representar la información del enunciado en forma de grafo.
 - (b) Calcular la matriz de transiciones
 - (c) Determinar el estado más probable tras dos etapas.

6.- Identifica cada serie temporal con su correlograma justificando la asignación realizada:

