



Ingeniero Técnico de Telecomunicaciones (Telemática)

Asignatura: Estadística

Curso 2005/2006

Hoja 3B. Modelos de distribución unidimensionales

- Por un canal de comunicación se transmiten mensajes compuestos por dos signos: *cero* y *uno*. Debido a las perturbaciones en la transmisión, cada signo se recibe correctamente con probabilidad 0.7. Para aumentar la probabilidad de una recepción correcta, cada signo se transmite cinco veces, interpretándose, por parte del receptor, que el signo transmitido es el más frecuente entre los cinco signos recibidos.
 - Hallar la probabilidad de que un signo transmitido por este método sea interpretado correctamente por el receptor.
 - Si se transmite un mensaje compuesto por 100 signos por este método. Hallar la probabilidad de que al menos el 75% de los signos sean interpretados correctamente.
- En condiciones idóneas, una máquina produce piezas con una tasa de defectuosas del 5%. Para controlar que la máquina sigue bien ajustada, se escogen al azar cada día 100 piezas de la producción y se determina si la pieza es aceptable o defectuosa.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que, si la máquina está bien ajustada, haya más del 10% de piezas defectuosas en una de esas muestras?
 - Si un día 11 piezas resultan defectuosas, ¿qué conclusiones sacarías sobre el funcionamiento de la máquina?
- La probabilidad de que un cliente sea atendido cuando llama a un servicio telefónico es de 0.75:
 - Calcular la probabilidad de que el cliente necesite tres llamadas para ser atendido.
 - ¿Cuál será el número esperado de llamadas que debe realizar el cliente para ser atendido?
- (Propuesto)** Cierta sistema de comunicación transmite dígitos binarios con una probabilidad de error de p por bit. Calcula la probabilidad de que una palabra formada por 7 dígitos binarios se reciba sin error en los siguientes casos:
 - Se transmiten los 7 bits de la palabra directamente.
 - Cada dígito de la palabra se envía tres veces consecutivas y el receptor interpreta que se emitió el dígito que reciba mayor número de veces (por ejemplo, el receptor interpreta 0 si se recibe 010).
- (Propuesto)** Un fichero consta de 20000 bloques de 6 registros de acceso directo cada uno. La probabilidad de que diariamente se actualice un registro es de 0.05. Un bloque se considera actualizado cuando lo ha sido al menos uno de sus registros.
 - Calcular la probabilidad de que un bloque sea actualizado en un día.
 - ¿Cuál es la media y la desviación típica del número de bloques actualizados en un día?
 - Calcula la probabilidad de que, al leer el fichero secuencialmente al final del día, el primer bloque actualizado sea el sexto.
- En una fábrica, el número de accidentes por semana sigue un proceso de Poisson de media 2. Se pide:
 - Probabilidad de que en una semana haya algún accidente.
 - Probabilidad de que haya 4 accidentes en el transcurso de dos semanas.
 - Probabilidad de que ocurran dos accidentes en una semana y dos en la siguiente.
 - Estamos en lunes y ya ha ocurrido un accidente, calcular la probabilidad de que en esta semana no ocurran más de tres accidentes.
- (Propuesto)** En un gran almacén, el número de clientes que llegan a una caja **cada 15 minutos** puede modelarse como un proceso de Poisson de media 2.
 - ¿Qué distribución sigue el número de clientes que llegan a una caja **cada hora**? Justifica tu respuesta.
 - Calcular la probabilidad de que, en una hora, lleguen al menos 2 clientes a una caja determinada.
 - Si el local mantiene abiertas sus 50 cajas durante una hora, determinar la probabilidad de que al menos 10 de estas cajas reciban 2 clientes o más.
- Un sistema óptico binario contabiliza el número K de electrones emitidos por una célula fotoeléctrica sobre la que incide la luz en un intervalo fijo de tiempo. Cuando se transmite un 1 (denominaremos E_1 a este suceso), K sigue una distribución de Poisson de media 8 y cuando se transmite un 0, K sigue una distribución de Poisson de media 0.1. Suponemos que es igual de probable emitir un 0 que un 1. Una vez efectuada la transmisión, y contabilizándose k electrones, el receptor interpreta que se transmitió un 1 si
$$P(E_1/K = k) > P(E_0/K = k)$$

- (a) ¿Para qué valores de k se interpreta que se transmitió un 1?
- (b) Calcula la probabilidad de error en la transmisión de un dígito.
- (c) Calcula la probabilidad de error en la transmisión de una palabra que consta de 8 dígitos (se supone independencia estadística en la transmisión de cada uno de los dígitos).
9. Las dos dimensiones ("longitud" y "anchura") de un determinado tipo de piezas son variables aleatorias **Normales**. Se sabe que la **longitud** tiene media 20 mm y desviación típica 0.05 mm, mientras que la **anchura** tiene media y desviación típica desconocidas. Para que una pieza pueda ser aprovechada, debe tener una longitud comprendida entre 19.9 mm y 20.1 mm.
- (a) Determinar el porcentaje de piezas que **no** cumplen las especificaciones de **longitud**.
- (b) Suponiendo que la longitud de las piezas **no** es Normal, ¿cuál sería, como máximo, el porcentaje de piezas que **no** cumplen las especificaciones de **longitud**?. Compara el resultado obtenido con el del apartado anterior y explica qué sucede.
- (c) Se sabe por pruebas anteriores que el 18.41% de las piezas presentan una anchura inferior a 8.2 mm, mientras que el 6.68% de las piezas tienen anchura superior a 13 mm. Determinar la media y desviación típica de la variable anchura.
10. (**Propuesto**) El tiempo de vida de los reguladores de voltaje de los automóviles tiene una distribución exponencial de media seis años.
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que un regulador de voltaje falle antes de 5 años?. ¿Y después de 7 años?
- (b) Si compramos un automóvil de segunda mano, con seis años de antigüedad, al que le funciona el regulador de voltaje, ¿cuál es la probabilidad de que se rompa el regulador antes de que el automóvil cumpla 11 años? ¿Convendría haber sustituido el regulador al comprar el vehículo a pesar de que funcionaba? Justifica tu respuesta.
- (c) Si el regulador falla después de tres años de haber efectuado la compra del automóvil y se reemplaza, ¿Cuál es el tiempo promedio que transcurrirá hasta que el regulador vuelva a fallar?
- (d) Cuando un regulador de voltaje falla es renovado por otro nuevo. ¿Qué distribución podría modelizar el número de renovaciones que hay que realizar anualmente?
- (e) Usando el modelo anterior, calcula la probabilidad de que se realicen más de 2 renovaciones en 10 años.
11. La amplitud de una señal es una variable aleatoria Exponencial de media 0.5. Dicha amplitud se cuantifica utilizando 4 niveles de cuantificación del siguiente modo:
- | Entrada al cuantificador | Salida |
|--------------------------|--------|
| $0 \leq x < a$ | 0 |
| $a \leq x < b$ | a |
| $b \leq x < c$ | b |
| $c \leq x$ | c |
- Determinar los valores de a , b y c para que las salidas del cuantificador sean equiprobables.
12. En una red de computadoras, el acceso de los usuarios al sistema puede modelarse como un proceso de Poisson con media de 5 accesos por minuto.
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente 30 accesos en un intervalo de 10 minutos? ¿Y de que haya más de 30 accesos?
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo que transcurre entre dos accesos consecutivos esté entre 10 y 30 segundos?
13. El tráfico entre un determinado cliente y un determinado servidor, llamado tráfico fuente-destinatario, está constituido por periodos ON (en los que se realiza transferencias de paquetes) y periodos OFF (en los que no hay transferencia). Las duraciones de los periodos ON y OFF, en **segundos**, son independientes y siguen una distribución exponencial de media $\mu_{ON} = \frac{1}{3}$ y $\mu_{OFF} = \frac{1}{2}$, respectivamente.
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que un periodo ON dure más de 250 ms? ¿Cuál es la probabilidad de que un periodo OFF dure menos de 1 segundo?
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que un periodo ON dure más de 250 ms y que el periodo OFF que le sigue, menos de 1s?
- (c) Si examinamos la traza de tráfico entre este cliente y el servidor durante 5 minutos, observamos que ha habido 1500 periodos ON, ¿cuál es la probabilidad de que haya más de 700 periodos con una duración mayor de 250 ms?
14. (**Propuesto**) Después de ser producida una señal s , con distribución normal de media 12 y desviación típica 0.5, entra en un dispositivo que la transforma en una señal saliente con sólo tres estados: -1 , 0 , y 1 . La señal saliente s_{out} toma el valor -1 si la señal entrante es menor que 11.5, toma el valor 0 si la señal entrante está comprendida entre 11.5 y 12.5, y toma el valor 1 si la señal entrante es mayor que 12.5.
- (a) Calcular la función puntual de probabilidad de la variable s_{out} y su función de distribución acumulada.
- (b) Si se observan 1124 valores de la variable s_{out} , ¿cuál es la probabilidad de que haya más de 800 ceros?
- (c) ¿Cuál es en promedio el número de valores no nulos en 1124 valores de s_{out} ?