Dpto. Matemática Aplicada y Estadística

Ingeniero Técnico de Telecomunicación (Telemática).
Asignatura: **Estadística.**
Examen Septiembre 2006.

Duración: 3 horas. Empezar cada problema en un folio nuevo. Indicar nombre y apellidos en todas las hojas.

Problema 1 (2.2 ptos)

Parte I.- Para determinar si unas tarjetas de video de ordenador "Cumplen las Especificaciones" de venta, se somete cada tarjeta a un test de calidad que clasifica las tarjetas en "Aceptable", "Defectuosa" y "Sin Determinar". Con el fin de estudiar la eficiencia del test, se utilizaron 100 tarjetas que "Cumplen las Especificaciones" y se sometieron al test, obteniéndose **según el test** 80 tarjetas "Aceptables" y 5 tarjetas "Defectuosas". Por otra parte, se utilizaron 100 tarjetas que "No Cumplen las Especificaciones" y se sometieron al test, obteniéndose **según el test** 7 tarjetas "Aceptables" y 90 tarjetas "Defectuosas".

1. Determinar la probabilidad de que el test acierte en la clasificación de las tarjetas de video que cumplen las especificaciones. **(0.2 ptos)**
2. Determinar la probabilidad de que el test acierte en la clasificación de las tarjetas de video que no cumplen las especificaciones. **(0.2 ptos).**

Se sabe por experiencia que el 85% de las tarjetas de video producidas "Cumplen las Especificaciones" de venta y el 15% restante no las cumple.

1. Determinar el porcentaje de tarjetas de la producción que quedarían "Sin Determinar" al aplicar el test de calidad. **(0.4 ptos)**
2. Si una tarjeta de la producción es clasificada como "Sin Determinar" según el test, ¿qué es más probable, que se trate de una tarjeta que cumple las especificaciones o que no las cumple? Obtener la probabilidad correspondiente en cada caso. **(0.4 ptos)**

Parte II.- Consideremos dos sistemas S_1 y S_2 susceptibles de fallo y sean X e Y las v.a. que representan el tiempo de vida de los sistemas S_1 y S_2, respectivamente. Sabemos que X e Y siguen distribuciones Exponenciales de media 4 y 5 años, respectivamente, y que son independientes.

(a) Si S_1 y S_2 se conectan en serie, determinar la probabilidad de que el *sistema resultante* funcione después de 5 años. (**0.5 ptos**)

(b) Responder a la cuestión anterior si se conectan en paralelo. (**0.5 ptos**)

Problema 2 (2 ptos)

Parte I.- Sea X el número de veces que falla un determinado circuito durante un día e Y el número de veces que el sistema de detección de errores detecta la anomalía. La función puntual de probabilidad conjunta de (X, Y) viene dada por la tabla siguiente:

	$X=1$	$X=2$	$X=3$
$Y=1$	0.15	0.05	0
$Y=2$	0.05	0.25	0.2
$Y=3$	0	0.1	0.2

1. Hallar las funciones puntuales de probabilidad marginal de X y de Y. ¿Se puede afirmar que son independientes?. Justifica la respuesta. (**0.5 ptos**)
2. Determinar el número medio de fallos diarios del circuito. (**0.25 ptos**)
3. Determinar la probabilidad de que el sistema de detección avise en al menos dos ocasiones si el circuito ha fallado exactamente 3 veces durante el día. (**0.25 ptos**)

Parte II.- Un determinado servidor, se puede encontrar cada hora en tres estados: fuera de servicio, libre y ocupado, con probabilidades iniciales de 0.25, 0.25 y 0.5 respectivamente. Se sabe que si está fuera de servicio, la probabilidad de que sea reparado y a la siguiente hora esté libre es de 0,3, y la de que esté ocupado de 0,4. Por otro lado, si está ocupado, la probabilidad de que a la siguiente hora permanezca ocupado es de 0,7 y de que quede libre 0,2. Por último si se encuentra libre, la probabilidad de pasar a cada uno de los posibles estados es la misma.

(a) Representar la información del enunciado en forma de grafo. (**0.25 ptos**)
(b) Calcular la matriz de transiciones. (**0.25 ptos**)
(c) Teniendo en cuenta las probabilidades de estado iniciales, determinar el estado más probable tras dos etapas. (**0.5 ptos**)

Problema 3 (1.3 ptos)

A la "*entrada*" de un circuito se aplican dos tensiones independientes (T_1 ="Tensión 1" y T_2 ="Tensión 2") que vienen dadas por las siguientes distribuciones Normales

$$T_1 \sim N(\mu_1 = 20, \sigma_1 = \sqrt{2}) \qquad T_2 \sim N(\mu_2 = 30, \sigma_2 = \sqrt{3})$$

1. El circuito está constituido por un amplificador sumador de ganancia 2, de manera que la "*tensión a la salida del circuito*" es
$$TS = 2 \cdot (T_1 + T_2)$$
seguido de un *discriminador* que proporciona dos posibles salidas:
$$D = \begin{cases} 1 & \text{si } TS \in [90, 110] \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

(a) Determinar la probabilidad de que la primera tensión de entrada (T_1) esté comprendida entre 19.5 y 22. (**0.5 ptos**)
(b) ¿Qué distribución sigue la "*tensión a la salida del circuito*", es decir, la v.a. TS? Calcular la probabilidad de que la "*tensión a la salida del circuito*" esté comprendida entre 90 y 110. (**0.5 ptos**)
(c) Determinar la función puntual de probabilidad de la "*salida del discriminador*". (**0.3 ptos**)

Problema 4 (2 ptos)

Un fabricante de monitores prueba dos diseños de microcircuitos para determinar si producen un flujo de corriente equivalente. El departamento de ingeniería, decide seleccionar una muestra para cada diseño obteniendo los siguientes datos:

Diseño 1	$n_1 = 15$	$\overline{x}_1 = 242$	$s_1^2 = 30$
Diseño 2	$n_2 = 10$	$\overline{x}_2 = 238$	$s_2^2 = 20$

Suponiendo que el flujo de corriente de ambos diseños siguen distribuciones Normales e independientes, responder a las siguientes cuestiones:

1. Construir de manera **detallada** un intervalo de confianza al 95% para el flujo medio de corriente de cada diseño por separado. Según los resultados obtenidos, ¿crees que los flujos medios para ambos diseños serán equivalentes? Responder de forma razonada **sin realizar** el contraste correspondiente. **(1 pto)**

2. Si queremos estimar, al 95% de confianza, el flujo medio de corriente para el Diseño 1 con un error inferior a 0.5, ¿cuántos microcircuitos deberemos muestrear?. Justifica tu respuesta. (**0.25 ptos**)

3. Estudiar si existe una diferencia significativa entre los flujos promedio de ambos diseños. Plantear el contraste correspondiente y tomar la decisión del contraste en función del p-valor para los niveles de confianza del 90%, 95% y 99%. (**0.75 ptos**)