



Duración: 3 horas. Empezar cada problema en un folio nuevo. Indicar nombre y apellidos en todas las hojas.

Problema 1

Para dimensionar routers y switchers de alta velocidad, es crucial disponer de modelos matemáticos que describan las características del tráfico internet. Un primer paso en la construcción de estos modelos consiste en considerar que el tráfico entre un determinado cliente y un determinado servidor, llamado tráfico fuente-destinatario, está constituido por periodos ON (en los que se realiza transferencias de paquetes) y periodos OFF (en los que no hay transferencia). Las duraciones de los periodos ON y OFF, en segundos, son independientes y siguen una distribución desconocida de media μ_{ON} y μ_{OFF} , respectivamente.

1. Consideramos una traza de tráfico durante 5 minutos y observamos 500 periodos ON, calculamos su media y su desviación típica que valen respectivamente 0.31s y 0.35s.
 - (a) Construir de manera detallada un intervalo de confianza al 95% para la duración media de los periodos ON. **(0.75 pts)**
 - (b) ¿Es exacto el intervalo construido en el apartado anterior? Justique su respuesta. **(0.25 pts)**

2. Para los periodos OFF, sabemos por experimentos anteriores que la desviación típica poblacional es aproximadamente igual a $\sigma_{OFF} = 0.33$. Consideramos la traza de tráfico anterior de 5 minutos y observamos 500 periodos OFF, obteniendo una duración media de 0.29s.
 - (a) Se desea estudiar si la media poblacional de las duraciones de los periodos OFF coincide con su desviación típica poblacional. Llevar a cabo el contraste asociado al 95%. **(0.75 pts)**
 - (b) Calcular el p-valor asociado al contraste anterior. **(0.5 pts)**

Problema 2

Con el fin de verificar un determinado procedimiento no destructivo para testar la calidad de una componente electrónica se probó con 50 piezas correctas y 50 defectuosas obteniéndose los siguientes resultados:

		Pieza	
		Correcta	Defectuosa
Test	"Pieza Defectuosa"	1	48
	"Pieza No Defectuosa"	49	2

- (a) Calcular la probabilidad de que el test dé "pieza defectuosa" sabiendo que la pieza es correcta y la probabilidad de que el test dé "pieza no defectuosa" cuando la pieza es defectuosa. **(0.5 pts)**

- (b) Si el porcentaje de piezas defectuosas del proceso de fabricación es del 5%, determinar la probabilidad de que realmente sea defectuosa una pieza que dio "defectuosa" al aplicar el test. **(0.75 pts)**

Problema 3

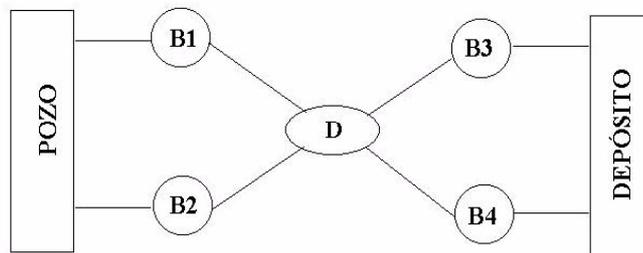
Sea X el número de veces que falla cierta máquina durante un día e Y el número de veces que se llama a un técnico para una emergencia. La función puntual de probabilidad conjunta de (X, Y) viene dada por la tabla siguiente:

	$X = 1$	$X = 2$	$X = 3$
$Y = 1$	0.05	0.05	0.1
$Y = 2$	0.05	0.1	0.35
$Y = 3$	0	0.2	0.1

- (a) Hallar las funciones puntuales de probabilidad marginal de X y de Y . **(0.5 ptos)**
- (b) ¿Se puede afirmar que son independientes?. Justifica la respuesta. **(0.5 ptos)**
- (c) Determinar el número medio de fallos diarios de la máquina. **(0.5 ptos)**
- (d) Determinar la probabilidad de que se llame al menos 2 veces al técnico si la máquina ha fallado exactamente 3 veces durante el día. **(0.5 ptos)**

Problema 4

En una planta industrial dos bombas B_1 y B_2 en **paralelo** conducen agua desde un pozo a una depuradora D , y posteriormente otras dos bombas B_3 y B_4 , también en **paralelo**, la trasladan a un depósito como indica la figura. Los tiempos de vida de la depuradora y las bombas son variables aleatorias **independientes** con distribución **exponencial**, siendo 20 mil horas la vida media de la depuradora y 30 mil horas la de cada bomba.



- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que la depuradora funcione después de 20 mil horas de trabajo?. ¿Y para cada una de las bombas? **(0.5 ptos)**
- (b) Después de 20 mil horas de trabajo de la depuradora observamos que ésta sigue funcionando, ¿cuál es la probabilidad de que supere las 40 mil horas de trabajo?. **(0.5 ptos)**
- (c) ¿Es razonable que para evitar fallos de la depuradora se renueve ésta cada 20 mil horas? ¿Por qué?. **(0.25 ptos)**
- (d) Calcular la probabilidad de que llegue agua al depósito después de 20 mil horas de funcionamiento. **(1 pto)**
- (e) El fabricante de las bombas de agua de nuestro sistema asegura que el 95% de las bombas que fabrica superan un determinado número de horas de funcionamiento (garantía). Las bombas que no superen el periodo de garantía pueden ser devueltas al fabricante. Si se fabrican 1000 bombas de agua al mes, ¿cuál es la probabilidad de que el fabricante reciba más de 40 devoluciones mensuales? **(0.75 ptos)**