



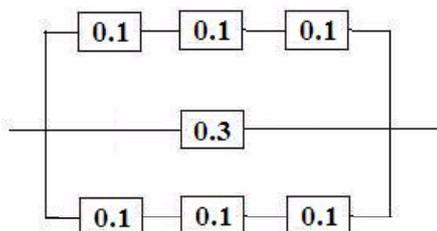
**Duración: 3 horas. Empezar cada problema en un folio nuevo. Indicar nombre y apellidos en todas las hojas.**

**Problema 1 (2.25 pts)**

**Parte I.-** Una universidad dispone de dos redes inalámbricas para la conexión a internet, realizándose el 65% de las conexiones con la Red 1 y el resto con la Red 2. El tiempo de espera (en segundos) de un usuario hasta la conexión sigue una distribución exponencial de media 5 sg, si se conecta con la Red 1, y de media 6 sg, si se conecta con la Red 2.

1. Determinar la probabilidad de que un usuario de internet tenga que esperar más de 6 sg hasta la conexión. **(0.5 pts)**
2. Si un usuario ha esperado menos de 6 sg hasta la conexión, ¿cuál es la probabilidad de que se hubiera conectado con la Red 1?. **(0.5 pts)**
3. Un usuario que ha optado por la Red 1 lleva esperando 4 sg y aún no se ha conectado a internet. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que esperar 2 segundos más? **(0.25 pts)**
4. La universidad está considerando instalar una tercera red inalámbrica. El proveedor de la misma indica que el tiempo medio de espera para esta red es de 5 sg con una desviación típica de 0.4 sg. ¿Qué porcentaje de conexiones a esta red tendrán un tiempo de espera entre 4 y 6 segundos? **(0.5 pts)**

**Parte II.-** Las componentes del siguiente circuito funcionan de manera independiente y sus probabilidades de fallo son las que aparecen indicadas. Determinar la probabilidad de que el circuito funcione. **(0.5 pts)**



**Problema 2 (2 pts)**

Sea  $X$  el tiempo (en segundos) que tarda en llegar una señal  $S_1$  a un receptor, e  $Y$  el tiempo (en segundos) que tarda en llegar al receptor otra señal  $S_2$ . La función de densidad conjunta de  $(X, Y)$  es:

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} k \cdot x \cdot y & \text{si } 0 < x < 2 \text{ y si } 0 < y < 2 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

1. Calcular el valor de  $k$  para que la función anterior sea una densidad. **(0.25 pts)**
2. ¿Son independientes los tiempos transcurridos para ambas señales hasta su recepción? **(0.5 pts)**
3. Determinar el tiempo medio de recepción para ambas señales. **(0.25 pts)**
4. Si se emiten las dos señales en el mismo momento, determinar la probabilidad de que  $S_1$  tarde menos de 1 segundo en ser recibida y  $S_2$  tarde más de 1 segundo. **(0.4 pts)**
5. Si se emite la señal  $S_1$  un segundo antes que la señal  $S_2$ , calcular la probabilidad de que  $S_1$  llegue antes que  $S_2$  al receptor. **(0.6 pts)**

### Problema 3 (1.75 ptos)

En un servicio de atención telefónica el 60% de las llamadas son atendidas por un operador, mientras que en el resto de casos el contestador del servicio informa que las líneas están ocupadas y corta la llamada.

1. Si el servicio recibe 40 llamadas durante un día, determinar la probabilidad de que sean atendidas al menos 20 de ellas. ¿Cuál sería el número medio de llamadas atendidas en el día? **(0.75 ptos)**
2. Dos individuos desean ser atendidos por el servicio telefónico. **Cada hora**, uno de los dos individuos puede realizar una llamada al servicio. Evidentemente, cuando un individuo ha sido atendido no vuelve a llamar. Llamemos  $X(n)$  al *número de individuos, entre los dos iniciales, que han sido atendidos por el servicio telefónico hasta la hora  $n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$* 
  - (a) Indicar los posibles estados del proceso  $\{X(n) : n = 0, 1, 2, \dots\}$ . ¿Es  $X(n)$  un proceso de Markov? Razona tu respuesta. **(0.25 ptos)**
  - (b) Determinar la matriz  $P$  de probabilidades de transición entre estados. **(0.25 ptos)**
  - (c) Teniendo en cuenta el estado inicial del proceso, calcular la probabilidad de cada uno de los posibles estados a las 2 horas e indicar cuál es el más probable. **(0.5 ptos)**

### Problema 4 (1.5 ptos)

Un fabricante de monitores prueba un nuevo diseño de microcircuitos con el objetivo estudiar el flujo de corriente que producen. Para ello, decide seleccionar una muestra de 16 microcircuitos de nuevo diseño, los cuales proporcionan un flujo medio de 25.5 y una desviación típica de 1. Por otra parte, se sabe que los microcircuitos de diseño antiguo proporcionaban un flujo medio de 25.

Suponiendo que el flujo de corriente para el nuevo diseño sigue una distribución aproximadamente Normal, responder a las siguientes cuestiones:

1. Construir de manera **detallada** un intervalo de confianza al 95% para el flujo medio de corriente del nuevo diseño. Según los resultados obtenidos, ¿crees que el flujo medio para ambos diseños serán equivalentes? Responder de forma razonada **sin realizar** el contraste correspondiente. **(0.7 ptos)**
2. Si queremos estimar, al 95% de confianza, el flujo medio de corriente para el nuevo diseño con un error inferior a 0.2, ¿cuántos microcircuitos debemos muestrear?. Justifica tu respuesta. **(0.3 ptos)**
3. Estudiar si existe una diferencia significativa entre los flujos promedio de ambos diseños. Plantear el contraste correspondiente y tomar la decisión del contraste en función del p-valor para los niveles de confianza del 90%, 95% y 99%. **(0.5 ptos)**